



ESCUELA  
POLITÉCNICA  
NACIONAL



Departamento  
de Matemática  
Escuela Politécnica Nacional



SOCIEDAD  
ECUATORIANA  
DE MATEMÁTICA

XVII  
ENCUENTRO DE  
MATEMÁTICA  
Y SUS APLICACIONES | IV JORNADAS  
ECUATORIANAS  
DE MATEMÁTICA

14 AL 18 DE NOVIEMBRE DE 2022



LIBRO DE RESÚMENES



<https://xvii-encuentro.epn.edu.ec/>

XVII  
ENCUENTRO  
DE MATEMÁTICA  
Y SUS APLICACIONES

---

IV JORNADAS  
ECUATORIANAS  
DE MATEMÁTICA

14 – 18 de noviembre de 2022

Quito, Ecuador



XVII ENCUENTRO DE MATEMÁTICA Y SUS APLICACIONES

IV JORNADAS ECUATORIANAS DE MATEMÁTICA

14 – 18 de noviembre de 2022

Quito, Ecuador

*Comité Organizador*

Fernanda Salazar – *Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR*

Carlos Almeida – *Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR*

Pedro Merino – *Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR*

*Comité Científico*

Luis Miguel Torres – *Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR*

Antonio Nicola Di Teodoro – *Universidad San Francisco de Quito, ECUADOR*

Diego Chamorro – *Université d'Évry, FRANCIA*

Mireya Bracamonte – *Escuela Politécnica del Litoral, ECUADOR*

*De esta edición*

*Editor:* Jhosselyne Ostaiza – *Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR*

*Asistentes:* Kevin Pucha, Rubi Arias – *Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR*

*Diseño arte:* Julio Erazo – *Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR*

*Adaptación de portada:* Alejandro Flores – *University of Oulu, FINLANDIA*

*Diseño Editorial:* Andrés Miniguano – *Maxwell Institute for Mathematical Sciences, REINO UNIDO*

*Auspiciantes*

Mentalytica • Sociedad Ecuatoriana de Estadística • Colegio de Científicos de Datos del Ecuador •  
Universidad Simón Bolívar

*Con el apoyo de*

Sociedad Ecuatoriana de Matemática (SEdeM) • Escuela Politécnica Nacional (EPN) • Departamento  
de Matemática EPN



# Índice

<b>PRESENTACIÓN</b>	<b>9</b>
<b>CONFERENCIAS PLENARIAS</b>	<b>10</b>
Cómo la optimización ayuda a abordar algunos desafíos planetarios ( <i>Claudia Sagastizábal</i> ) . . . . .	10
Spatio-temporal point process models for the analysis of infectious diseases ( <i>Jorge Mateu</i> ) . . . . .	10
Time-dependent Vehicle Routing Problems: variants, models and exact algorithms ( <i>Juan Miranda</i> ) . . . . .	11
On the well-posedness theory in critical spaces of the compressible NavierStokes equations ( <i>Raphaël Danchin</i> ) . . . . .	12
<b>SESIÓN: Optimización en espacios funcionales, métodos numéricos, computación científica y sus aplicaciones</b>	<b>13</b>
Analysis of 4D-variational data assimilation problems in low regu- larity spaces ( <i>Castro, Paula</i> ) . . . . .	14
Control óptimo no convexo de ecuaciones diferenciales elípticas con restricciones puntuales de estado ( <i>Vargas Diego</i> ) . . . . .	14
A Regularized Approach to Model Viscoplastic Lava Flow Using the Discontinuous Galerkin Method ( <i>Fernández Felipe</i> ) . . . . .	16
What do we know about Physics Informed Neural Network? ( <i>Pineda         Israel</i> ) . . . . .	17
Smoothing for solution mappings of convex problems, with appli- cations to two-stage stochastic programming and some hierar- chical problems ( <i>Solodov Mikhail</i> ) . . . . .	17
Un método de descenso de segundo orden con predicción de con- juntos activos para la optimización de grupos dispersos ( <i>López         Sofía</i> ) . . . . .	18

A divergence-free finite element method for a thermo-bioconvective flows model ( <i>Estrada Marco</i> ) . . . . .	19
Algoritmo forward-backward multimalla con aplicación al problema de supresión de ruido en una imagen ( <i>Guerra Felipe</i> ) . . . . .	19
<b>SESIÓN: Análisis, Ecuaciones en derivadas parciales y física matemática</b>	<b>23</b>
El teorema de Amemiya y Ando para un producto aleatorio de operadores contractivos ( <i>Arias Daniel</i> ) . . . . .	24
Interdependencia de las variables para las soluciones débiles de las ecuaciones de fluidos micropolares ( <i>David Llerena</i> ) . . . . .	25
Multiplicity of solutions for a sublinear $p$ -Schrödinger-Kirchhoff-type integro-differential equation ( <i>Mayorga Juan</i> ) . . . . .	26
Ecuaciones diferenciales semilineales elípticas, existencia de soluciones ( <i>Calahorrano Marco</i> ) . . . . .	28
Funciones de Lyapunov como estrategia de los métodos de control basados en energía ( <i>Pérez Maribel</i> ) . . . . .	28
Problemas parabólicos que involucran operadores de orden variable en tiempo ( <i>Yangari Miguel</i> ) . . . . .	30
Solvabilidad en $L^p$ del problema de Poisson y sus aplicaciones ( <i>Mourgoglou, Mihalis</i> ) . . . . .	30
Boundedness of Riesz potentials on Gaussian variable Lebesgue spaces ( <i>Pineda Ebner</i> ) . . . . .	31
De la difusión anómala a la difusión clásica en una ecuación del calor no lineal ( <i>Loachamín Jeremy</i> ) . . . . .	32
Desigualdades de Carleman globales para ecuaciones en elasticidad lineal ( <i>Imba Alex</i> ) . . . . .	32
A mountain pass solution for a $p$ -Kirchhoff-type discontinuous system ( <i>Narváez Daniel</i> ) . . . . .	33

Buen colocamiento y decaimiento en variable espacial para una ecuación generalizada Kuramoto-Velarde ( <i>Cortez Fernando</i> ) . . . . .	34
Control y estabilización para la ecuación de Benjamin generalizada por dispersión sobre un dominio periódico ( <i>Francisco Vielma</i> ) . . . . .	35
Desigualdades integrales Hermite-Hadamard y $(h, m)$ -convexidad modificada ( <i>NÁPOLES, J.E</i> ) . . . . .	36
El álgebra de Banach de funciones con $\phi$ -variación acotada A ( <i>Bracamonte, Mireya</i> ) . . . . .	37
Un resultado de buen planteamiento para un sistema de ecuaciones tipo Boussinesq ( <i>Córdoba Ricardo</i> ) . . . . .	37
<b>SESIÓN: Geometría, Topología y sus Aplicaciones</b>	<b>39</b>
Funciones elípticas y geometría ( <i>Cristhian Cobos</i> ) . . . . .	40
La aplicación de Gauss octoniónica: Una intersección entre geometría diferencial y álgebra ( <i>Daniel Bustos</i> ) . . . . .	40
Teselación en la esfera 2–dimensional ( <i>Danny Tambaco</i> ) . . . . .	41
Curvas con nodos ( <i>Edwin Cruz</i> ) . . . . .	41
Isoespectralidad en espacios simétricos ( <i>Juan Rodríguez</i> ) . . . . .	42
Teorema de punto fijo común para funciones ocasionalmente débilmente compatibles satisfaciendo una condición contractiva con alteración de distancia ( <i>Orlin Rivas</i> ) . . . . .	42
Fibraciones lagrangianas tóricas en la suavización de conos algebraicos ( <i>Santiago Achig-Andrango</i> ) . . . . .	43
Superficies de Riemann superelípticas generalizadas ( <i>Saúl Quispe</i> ) . . . . .	45
Connectivity of the real locus in Moduli space $\mathcal{M}_{0,[n+1]}$ ( <i>Yasmina Atarihuana</i> ) . . . . .	46
El número simétrico crosscap del grupo semi-dihedral generalizado ( <i>Yerika Marín</i> ) . . . . .	46
<b>SESIÓN: Lógica, Matemática Discretas y Álgebra</b>	<b>48</b>

Finiteness properties and homological dimensions of Skew Group rings ( <i>Gubitosi Viviana</i> ) . . . . .	49
On the K-theory of $\mathbb{Z}$ -categories ( <i>Parra Rafael</i> ) . . . . .	49
Una triangulación para el asociaedro ( <i>Rosero Pablo</i> ) . . . . .	49
Complejidad computacional de problemas de distribución justa de recursos desde el punto de vista descriptivo ( <i>Risco Paúl</i> ) . . . . .	50
El poset de clases de isomorfismo de códigos perfectos en la métrica del máximo ( <i>Qureshi, Claudio</i> ) . . . . .	52
Algunos valores de la constante de Harborth para grupos abelianos finitos ( <i>Marchan Luz Elimar</i> ) . . . . .	53
Conmutatividad para cohomología de Hochschild en categorías trenzadas ( <i>Cóppola Javier</i> ) . . . . .	54
Métricas generalizadas para resolver un problema algebraico ( <i>Pazmiño David</i> ) . . . . .	54
Un nuevo tipo de operadores de cambio de conocimiento ( <i>Borges, Nerio</i> )	55
Algunos resultados de decibilidad sobre problemas de derivación semántica ( <i>Pin Edwin</i> ) . . . . .	56
Funciones de utilidad binarias generalizadas ( <i>Camacho Franklin</i> ) . . . .	58
Polinomios de Fibonacci y Lucas mediante gramáticas ( <i>Triana Juan</i> ) . .	59
Representation Theory and the Diagonal Coinvariant Ring for the Type B Weyl Group ( <i>Ajila Carlos</i> ) . . . . .	60
<b>SESIÓN: Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Dinámicos</b>	<b>61</b>
Hierarchy Establishment from Nonlinear Social Interactions and Metabolic Costs: An Application to <i>Harpegnathos saltator</i> ( <i>C. Bustamante-Orellana</i> ) . . . . .	62
Comparación de la solución de DDE por series de potencias modificados y descomposición en series de Taylor. ( <i>Mayorga Carlos</i> ) . .	62

Estudio de Soluciones de ecuaciones integro-diferenciales de Volterra con retardo infinito en espacios localmente de variación acotada ( <i>Liliana Rebeca Pérez</i> ) . . . . .	63
Sobre las curvas de persecución ( <i>Jhonnatan Riveros Herrera</i> ) . . . . .	64
Generalized integral operators and Chebyshev Type Inequality ( <i>Pau-lo M. Guzmán</i> ) . . . . .	65
On the Integral inequalities of Simpson-Mercer type via weighted integrals ( <i>Juan E. Nápoles Valdes</i> ) . . . . .	67
Implicaciones de la geometría fractal en las especies nativas de la reserva faunística chimborazo en el estudio de los sistemas dinámicos discretos ( <i>Deysi Guanga</i> ) . . . . .	68
Medidas ergódicas en funciones con una asíntota vertical y asíntotas horizontales ( <i>Miguel Míeles Bachicoria</i> ) . . . . .	69
Medidas ergódicas en transformaciones crecientes por parte sobre $\mathbb{R}$ ( <i>Luis Bladismir Ruiz</i> ) . . . . .	70
Topologically Stable Points for Flows ( <i>J. Aponte</i> ) . . . . .	71
Cálculo de la última curva invariante para mapas del plano usando números de rotación ( <i>Emilio Conforme</i> ) . . . . .	71
Modelado del Covid-19 mediante las ecuaciones SIR caso Ecuador ( <i>Carmen Gema Cedeño</i> ) . . . . .	71
<b>SESIÓN: Análisis Complejo y sus Aplicaciones</b>	<b>73</b>
Problema de frontera para la ecuación de Helmholtz generalizada en los bicuaterniones ( <i>Cedeño Damian</i> ) . . . . .	74
Funciones tipo exponencial y trigonométricas fraccionarias asociados al operador de Cauchy-Riemann fraccionario en el sentido de Riemann-Liouville, sobre números complejos generalizados ( <i>Esteban Morillo</i> ) . . . . .	74
Transformada de Fourier bi-lateral en los cuaterniones ( <i>Eusebio Ariza García</i> ) . . . . .	75



Los números complejos más generales: caso números hiperbólicos. ( <i>Wilmer Barrera</i> ) . . . . .	76
Solución del problema de valor de frontera de Neumann para la ecuación de Dirac en la bola unitaria ( <i>Franklin Vargas</i> ) . . . . .	77
Polinomio de Laguerre Monogénico ( <i>Adrián Infante</i> ) . . . . .	77
Problema mixto homogéneo para la ecuación de Poisson ( <i>Carlos Vélez</i> )	78
Monogénicos esféricos pesados ( <i>Benjamín de Zayas</i> ) . . . . .	79
Elementos Invertibles en el Álgebra de Clifford $Cl_{0,3}$ ( <i>Jesús Romero</i> ) . .	79
Estimados interiores para funciones bicuaternionicas metaregulares ( <i>Jose R. Jatem</i> ) . . . . .	80
Representación integral de la solución del problema de Dirichlet ho- mogéneo para la ecuación de Poisson en un dominio no acota- do ( <i>Ricardo Cedeño</i> ) . . . . .	80
Operadores diferenciales de segundo orden asociados al espacio de las funciones analíticas generalizadas ( <i>Gian Rossodivita</i> ) . . . . .	81
<b>SESIÓN: Pedagogía de las Matemáticas</b>	<b>83</b>
Instrumento de evaluación para diseños instruccionales virtuales en unidades didácticas matemáticas ( <i>Newman Yonander Zambrano-Leal</i> )	84
De los (in)variantes aritméticos de categoría diofántica conexos a un problema (argumentativo) ( <i>Öscary Ávila-Hernández</i> ) . . . . .	86
Sobre un fundamental problema de categoría aritmética: generación de secuencias & sumas de cuadrados ( <i>Öscary Ávila-Hernández</i> ) . .	88
Modelado de Covid-19 en Ecuador. Caso Estudio: Quito y Guaya- quil ( <i>Anabelle Chacón Castro</i> ) . . . . .	90
Perfil del profesor universitario para un sistema de educación online postpandemia ( <i>Mireya Bracamonte</i> ) . . . . .	91
Diagnóstico de conocimientos matemáticos previos para un primer curso universitario a través de algunos errores ( <i>Ramón Abancin</i> ) .	91

Perfil de estudiantes con CHAEA, test de inteligencias y nivel socio-económico con escalado multidimensional ( <i>Jácome, Gabriela</i> ) . . . . .	93
Sobre la evolución del contenido programático de matemáticas en el Ecuador, un enfoque distinto ( <i>Antonio Di Teodoro</i> ) . . . . .	93
<b>SESIÓN: Aplicaciones de la Estadística y de la Ciencia de Datos</b>	<b>95</b>
Una Estrategia Automática Y Personalizada Para Calificar, Rastrear Y Monitorear El Riesgo De Crédito Y Cobranzas Utilizando Métodos De Aprendizaje Automático E Inteligencia Artificial ( <i>Adriana Uquillas</i> ) . . . . .	96
Implementación de algoritmos de aprendizaje estadístico para secuenciar órdenes de producción ( <i>Johny Pambabay</i> ) . . . . .	96
Determinantes del rendimiento académico de los estudiantes que participan en las pruebas pisa en el periodo 2000-2015 ( <i>Cruz Diana</i> ) . . . . .	97
Fast computation of robust subspace estimators ( <i>Holger Cevallos</i> ) . . . . .	97
Modelo logístico multinomial para datos de area para estimar la probabilidad ocurrencia de un homicidio intencional por tipo de arma en el Ecuador ( <i>Mauricio Abril Donoso</i> ) . . . . .	98
Guía para el meta-análisis de pruebas diagnósticas en pacientes con espectro autista: Un enfoque desde Rstudio. ( <i>Johny Pambabay</i> ) . . . . .	99
MTEST: A Bootstrap test for multicollinearity ( <i>Victor Morales</i> ) . . . . .	100
<b>SESIÓN: Modelos lógico combinatorios, cálculo de tensores típicos y perspectivas de paralelización</b>	<b>101</b>
Búsqueda y Aplicación de Testores Típicos en Bases Reales de Datos de Clasificación ( <i>Mateo Martínez</i> ) . . . . .	102
Algoritmo LEX ( <i>José Ocampo</i> ) . . . . .	102
Algoritmo de Paralelización para el cálculo de Testores Típicos basado en YYC ( <i>Ariana Soria</i> ) . . . . .	102

<b>SESIÓN: Investigación de Operaciones</b>	<b>104</b>
Métodos espectrales para particionamiento de grafos en componentes conexas ( <i>Andrés Minigüano</i> ) . . . . .	105
Un Modelo de Programación Lineal para Asignación de Inventario en la Industria Florícola ( <i>Viteri Estefano</i> ) . . . . .	105
Algoritmos de aproximación para un problema multi-periodico de calendarización de maquinas paralelas ( <i>Jiménez Fernando</i> ) . . . . .	107
El Problema de Asignación de Turnos Rotativos: Una aplicación ( <i>Sandra Gutiérrez</i> ) . . . . .	108
Problema de ruteo de vehículos con un solo producto, múltiples fuentes y destinos, capacidad de carga limitada ( <i>Echeverría Henry</i> )	109
Problema de Asignación de Vehículos integrando la Calendarización de Viajes ( <i>Mauricio Yépez</i> ) . . . . .	110
Modelos de programación entera para un problema de asignación de flota en Quito ( <i>Ramiro Torres</i> ) . . . . .	111
Nutrición y Renta Básica Universal: Cálculo del costo mínimo de una Canasta Básica para la Alimentación Nutritiva en Ecuador ( <i>Andrea Bonilla</i> ) . . . . .	112
Aplicación de conos al análisis multicriterio ( <i>Rafael Burbano</i> ) . . . . .	115
Semi-Lagrangian relaxation for the simple plant location problem with order ( <i>Xavier Cabezas</i> ) . . . . .	115
Programación Lineal Entera para la Planificación de Líneas en los Sistemas de Transportación Pública ( <i>Darlyn Ludeña</i> ) . . . . .	116
Particionamiento balanceado de hipergrafos ( <i>Guillermo Landazurí</i> ) . . . . .	118
 <b>CURSOS TUTORIALES</b>	 <b>119</b>
Las definiciones: uno de los mayores problemas en el aprendizaje de la Matemática (Definir o no definir, esa es la cuestión) ( <i>Juan Carlos Trujillo</i> ) . . . . .	119

Sistemas de Financiamiento para el seguro de pensiones ecuatoriano. ( <i>Diego Huaraca</i> ) . . . . .	119
Cálculo fraccionario en análisis complejo con aplicaciones a control fraccionario, un enfoque computacional. ( <i>Nicola Di Teodoro y colegas</i> ) . . . . .	119
<b>Lista de expositores - Trabajos de investigación</b>	<b>121</b>
<b>Lista de expositores - Conferencias</b>	<b>126</b>
<b>Lista de expositores - Cursos</b>	<b>127</b>

## PRESENTACIÓN

Las Jornadas Ecuatorianas de Matemática es un evento de carácter científico organizado anualmente por universidades nacionales. Su objetivo es generar espacios de difusión, análisis, reflexión y debate que permitan promover el desarrollo de la investigación y docencia en Matemáticas en el Ecuador, contribuyendo a fortalecer y establecer alianzas estratégicas entre investigadores nacionales e internacionales.

Por su parte, el Encuentro de Matemática y sus Aplicaciones es un evento bienal, el cual ha reunido a investigadores nacionales y extranjeros, teniendo a la Escuela Politécnica Nacional como escenario. Este evento constituye una oportunidad para la divulgación de la investigación matemática en todas las áreas, permitiendo que profesores, estudiantes y entusiastas de la matemática converjan en un espacio de discusión científica, con énfasis en sus aplicaciones.

Por primera vez, estos dos eventos coinciden en la misma sede: Escuela Politécnica Nacional. Gracias a esta feliz coincidencia, las Jornadas Ecuatorianas de Matemática y el Encuentro de Matemática y sus Aplicaciones se fusionan, dando lugar a una sinergia que pretende reunir lo mejor de ambos. Conferencias plenarias, sesiones temáticas de investigadores y estudiantes, presentación de pósteres y mini cursos especializados serán parte de las actividades de este evento conjunto.

# CONFERENCIAS PLENARIAS

## CÓMO LA OPTIMIZACIÓN AYUDA A ABORDAR ALGUNOS DESAFÍOS PLANETARIOS

Claudia Sagastizábal • UNICAMP, Brasil • sagastiz@unicamp.br

Un tema de creciente preocupación en tiempos de cambio climático es como hacer una correcta gestión del agua. Se trata de un producto que, en principio, no es difícil de fabricar, ya que basta con esperar a que llueva.

Sin embargo, es un bien escaso, con reposición incierta (¿cuándo lloverá?) y múltiples usos, de alto impacto en la sociedad. El agua es esencial para la agricultura, el riego, la navegación, el turismo y la generación de electricidad. Con el fin de planificar la cantidad de agua a utilizar para cada propósito, es fundamental contar con modelos que simulen adecuadamente la evolución del agua que habrá en los embalses a medio y largo plazo. En mi charla explicaré cómo la optimización estocástica permite construir modelos sofisticados para valorizar las reservas de agua de un país o una región.

La matemática es un lenguaje poderoso para formalizar ideas abstractas y construir teorías. Incluso hay quienes la consideran una ciencia demasiado abstracta para ser inmediatamente útil. Para refutar este tipo de afirmaciones falsas, discutiré como el modelo de embalse utilizado para los problemas de manejo del agua sirvió de inspiración para poder plantear y resolver rápidamente algunos temas de política pública durante la pandemia.

## SPATIO-TEMPORAL POINT PROCESS MODELS FOR THE ANALYSIS OF INFECTIOUS DISEASES

Jorge Mateu • University Jaume I of Castellon, Spain • mateu@uji.es

*Department of Mathematics*

We present several statistical approaches to understand the underlying temporal and spatial dynamics of infectious diseases (with a focus on Covid-19 data) that can result in informed and timely public health policies. Most studies in the context of infectious diseases commonly report figures of the overall infection at a state- or county-level, reporting the aggregated number of cases in a particular region at one time. However, we focus on analysing high-resolution Covid-19 datasets in form of spatio-temporal point patterns, offering vital insights for the spatio-temporal interaction between individuals concerning the disease spread in a metropolis.

We develop a non-stationary spatio-temporal point process, assuming that previously infected cases trigger newly confirmed ones, and introduce a neural network-based kernel to capture the spatially varying triggering effect. The neural network-based kernel is carefully crafted to enhance expressiveness while maintaining results interpretability. We also incorporate some exogenous influences imposed by city landmarks.

Additionally, we propose some mechanistic models giving particular data-driven forms to the spatio-temporal intensity function. Particular cluster spatio-temporal models to identify unknown parents are also depicted. For completeness, we present a method to evaluate the direction and velocities of the spread by considering the intensity comes from a growth differential equation.

## **TIME-DEPENDENT VEHICLE ROUTING PROBLEMS: VARIANTS, MODELS AND EXACT ALGORITHMS**

Juan Miranda • Universidad Torcuato Di Tella, Argentina • [jmiranda@utdt.edu](mailto:jmiranda@utdt.edu)

Desde la perspectiva de las compañías de distribución y servicios logísticos, muchas de las decisiones involucradas pueden abordarse sistemáticamente a través de la resolución de los Problemas de Ruteo de Vehículos (VRP, por su sigla en Inglés). Los VRPs forman una amplia familia de problemas de optimización cuyo objetivo es la gestión de una flota de vehículos y la correspondiente planificación de la misma para satisfacer la demanda de servicios de clientes. En términos prácticos, estimaciones indican que los costos logísticos representan entre un 6–8% del valor final del bien, y que los mismos tienden a ser un 20–30% más altos en economías emergentes (en particular, en Latinoamérica y el Caribe). Una de las etapas logísticas más costosas es la denominada última milla, encargada de la distribución atomizada desde los depósitos hasta el domicilio de los clientes, fuertemente afectada negativamente por el tráfico y la congestión. En términos computacionales, los VRPs pertenecen a la clase NP-hard y, consecuentemente, su resolución representa un gran desafío que requiere la combinación de técnicas de modelado matemático, optimización combinatoria, investigación operativa y algoritmia. Los avances teóricos y computacionales obtenidos en las últimas décadas permiten abordar problemas de índole diversa en forma exitosa, generando un gran impacto en la práctica. Sin embargo, el abordaje tradicional de los VRPs supone que el tiempo de viaje entre dos clientes se mantiene constante a lo largo del horizonte de planificación. La tendencia en los últimos años apunta a enriquecer los VRPs, incorporando el efecto del tráfico y la congestión a través de tiempos de viaje variables, dando lugar a los denominados Time-Dependent VRPs (TDVRPs) que permiten anticipar demoras y variaciones en los tiempos de traslado. En esta charla abordaremos desarrollos recientes de algoritmos exactos basados en programación matemática para distintas variantes de TDVRPs (mono-vehículo, multivehículo y con ventanas de tiempo), incluyendo una comparación con los enfoques tradicionales para VRPs clásicos y algunas posibles líneas de investigación a futuro

# ON THE WELL-POSEDNESS THEORY IN CRITICAL SPACES OF THE COMPRESSIBLE NAVIER-STOKES EQUATIONS

Raphaël Danchin • UNIVERSIDAD PARISEST CRÉTEIL, Francia • [danchin@u-pec.fr](mailto:danchin@u-pec.fr)

The compressible Navier-Stokes equations is the textbook case of hyperbolic-parabolic systems. In this talk, we shall explain how a rough analysis (in the Fourier space) of the corresponding linearized equations about a constant state combined with rather elementary results in nonlinear analysis allow to obtain global existence results in a critical functional framework



## **SESIÓN: Optimización en espacios funcionales, métodos numéricos, computación científica y sus aplicaciones**

Esta sesión temática se enfoca en la presentación de trabajos de investigación originales sobre métodos de optimización y técnicas de control óptimo aplicados a problemas convexos y no convexos en espacios funcionales. Se presentarán resultados de la aplicación de métodos numéricos y técnicas de computación científica a una variedad de problemas, muchos de estos de la vida real. Entre los problemas a tratar, están: optimización bi-nivel aplicado a imágenes, problemas de asimilación de datos en espacios de Banach, penalización exacta de problemas de optimización con restricciones, control óptimo con restricciones puntuales en el estado, entre otros.

# ANALYSIS OF 4D-VARIATIONAL DATA ASSIMILATION PROBLEMS IN LOW REGULARITY SPACES

Castro, Paula – De Los Reyes, JC.– Neitzel, I. • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador–Escuela  
Politécnica Nacional, Ecuador –Universitat Bonn, Alemania •

Due to the nature of the data assimilation problem, spatial pointwise observations of the state are considered in the cost functional, which requires continuity of the solution with respect to the spatial variable. In this work, we carry out a rigorous analysis of linear and semilinear four-dimensional variational data assimilation problems with an initial condition in  $L^\beta(\Omega)$ , with  $\beta > 2$  ( $d = 2$ ) or  $3 < \beta < 6$  ( $d = 3$ ). We use maximal parabolic regularity tools, jointly with real and complex interpolation theory. In both cases, the linear and the semilinear one, we prove that the variational problem admits an optimal solution and derive first-order necessary optimality conditions and second-order sufficient ones when necessary.

## CONTROL ÓPTIMO NO CONVEXO DE ECUACIONES DIFERENCIALES ELÍPTICAS CON RESTRICCIONES PUNTUALES DE ESTADO

Vargas Diego • Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR • [diego.vargas@epn.edu.ec](mailto:diego.vargas@epn.edu.ec)

*Departamento de Matemática*

Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , con  $n = 2$  o  $n = 3$ , un dominio acotado tipo Lipschitz con frontera  $\Gamma$ . Para  $p > 1$ , definimos

$$\begin{aligned} Y_p : L^2(\Omega) &\longrightarrow \mathbb{R} \\ u &\longmapsto \int_{\Omega} |u|^{\frac{1}{p}}. \end{aligned}$$

Sean  $\alpha, \beta > 0$ . Consideramos el siguiente problema de control óptimo elíptico:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min_{(y,u) \in H^1(\Omega) \times L^2(\Omega)} & J(y, u) := \frac{1}{2} \|y - y_d\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{\alpha}{2} \|u\|_{L^2(\Omega)}^2 + \beta Y_p(u) \\ \text{sujeto a:} & \\ -\Delta y(x) + y(x) = u(x), & x \in \Omega, \\ \partial_{\vec{n}} y(x) = 0, & x \in \Gamma, \\ y_a \leq y(x) \leq y_b, & x \in K \subset\subset \Omega, \end{array} \right.$$

con  $y_a, y_b \in \mathbb{R}$  escalares dados. Debido a la presencia del término  $Y_p$  en la función de costo del problema, existe una pérdida de convexidad de la misma, lo cual implica que las herramientas usuales del análisis convexo no puedan aplicarse directamente para la formulación de un sistema de optimalidad. Por tanto, es necesario introducir algunas técnicas del análisis no suave, como por ejemplo ciertas proporcionadas por la teoría de diferencia de funciones convexas (DC), junto con la introducción de una regularización tipo Huber (ver [2]) del término  $Y_p$ .

El problema de control óptimo también presenta restricciones sobre el estado de tipo puntual. Es conocido que dicha situación conduce al planteamiento de un sistema de optimalidad cuyos multiplicadores de Lagrange asociados tienen poca regularidad, dificultando la resolución numérica del problema (ver [1]). Para evitar el apareamiento de multiplicadores de tales características, introducimos una regularización para tratar la poca regularidad de éstos. Específicamente, consideramos una regularización tipo Lavrentiev.

Gracias a las dos regularizaciones mencionadas previamente es posible formular una familia de problemas de control óptimo (que dependen de los parámetros de regularización asociados) para los cuales obtenemos respectivamente un sistema de optimalidad mediante la teoría de Diferencia de funciones Convexas (DC) y cuyos multiplicadores de Lagrange son más regulares.

Posteriormente, resolvemos numéricamente el problema regularizado mediante la aplicación del algoritmo semi suave de Newton (ver [4, 3]). Analizamos la forma cualitativa de la solución del problema regularizado, y estudiamos numéricamente lo que sucede a medida que los parámetros de regularización que aparecen en el problema regularizado varían. Finalmente estudiamos la tasa de convergencia del algoritmo propuesto, y damos nuestras conclusiones sobre el trabajo y planteamos las preguntas abiertas que el mismo deja para futuras investigaciones.

**Palabras clave:** Problema de control óptimo elíptico, restricciones de estado de tipo puntual, no convexidad, diferencia de funciones convexas, regularización de Huber, regularización de Lavrentiev, Método semi suave de Newton.

## Referencias

- [1] Eduardo Casas. Control of an Elliptic Problem with Pointwise State Constraint. En: SIAM Journal on Control and Optimization 24. (1986), págs. 1309-1318.
- [2] Pedro Merino. A difference-of-convex functions approach for sparse PDE optimal control problems with nonconvex costs. Comput Optim Appl 74. Springer Science+Business Media. (2019), págs. 225-258.

- [3] Pedro Merino. A Semismooth Newton Method for Regularized Lq-quasinorm Sparse Optimal Control Problems. Numerical Mathematics and Advanced Applications ENUMATH 2019. Springer Nature Switzerland. (2019), págs. 723-731.
- [4] Michael Ulbrich. Semismooth Newton Methods for Operator Equations in Function Spaces. En: Michael Ulbrich. Semismooth Newton Methods for Operator Equations in Function Spaces 13. (2000).

## **A REGULARIZED APPROACH TO MODEL VISCOPLASTIC LAVA FLOW USING THE DISCONTINUOUS GALERKIN METHOD**

Fernández Felipe. – González S. • Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR – Escuela Politécnica Nacional, ECUADOR • [luis.fernandez@epn.edu.ec](mailto:luis.fernandez@epn.edu.ec) - [sergio.gonzalez@epn.edu.ec](mailto:sergio.gonzalez@epn.edu.ec)  
*Research Center for Mathematical Modeling-Modemat*

Our goal is to simulate lava flow using the shallow-water equations for a viscoplastic material. We use the Bingham model in which the material behaves as a solid or fluid depending if the stresses are below or above the Bingham yield stress. Although there have been many studies of this problem, most of these works use explicit methods with simplified empirical models. The main difficulty of this problem is the coupling of the shallow-water equations with the viscoplastic constitutive laws and the high computational effort needed in its solution.

In our work to accommodate non-uniform grids and complicated geometries, we use the discontinuous Galerkin method to solve this problem. This method is also attractive due to its high-order accuracy, high parallelization, and the ability to capture the discontinuities. We treat the discontinuities at the interfaces between elements with numerical fluxes that ensure a stable solution of nonlinear hyperbolic equations. To couple the Bingham model with the shallow-water equations, we regularize the problem [1]. This regularization yields a system of Newton differentiable equations where we expect local superlinear convergence in each time iteration solution. Numerical examples are performed to show the effectiveness of our approach.

### **Referencias**

- [1] J. De Los Reyes, S. González. A combined BDF-semismooth Newton approach for time-dependent Bingham flow, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Vol. 28 3 (2012), 834–860

# WHAT DO WE KNOW ABOUT PHYSICS INFORMED NEURAL NETWORK?

Pineda Israel • Universidad San Francisco de Quito, ECUADOR • ipineda@usfq.edu.ec

A recent trend in numerical analysis and artificial intelligence is the idea of a Physics Informed Neural Network (PINN) [?]. These artificial neural networks are coupled with the physical and mathematical understanding of different phenomena to yield promising results in the discovery and resolution of differential equations numerically. Traditional machine learning algorithms need vast amounts of data to train appropriately; PINNs overcome the lack of this kind of data by using the previous understanding of the phenomena.

It is challenging and, more often than not, impossible to solve differential equations analytically. In particular, when working with partial differential equations, it is usually more approachable to deal with them numerically. Over the decades, we have seen more and more numerical techniques based on the idea of discretization. PINNs represent a paradigm change based on the idea of approximating a function using an artificial neural network. The idea is rooted in understanding neural networks as universal approximators of functions [?]. This new approach to numerical analysis has potential applications in all science and engineering, where previous numerical analysis has been used in the last decades. Implementations of PINNs [?], and reviews [?] of the maturity of the solution are still needed to evaluate if this is a viable solution. There are practical implementation issues and still open theoretical questions. This work reviews some fundamentals and future directions.

## SMOOTHING FOR SOLUTION MAPPINGS OF CONVEX PROBLEMS, WITH APPLICATIONS TO TWO-STAGE STOCHASTIC PROGRAMMING AND SOME HIERARCHICAL PROBLEMS

Solodov Mikhail – Pedro Borges– Claudia Sagastizábal • IMPA, BRAZIL– No current academic affiliation – IMECC UNICAMP, Campinas, BRAZIL • solodov@impa.br – pedro.borges.melo@gmail.com– sagastiz@unicamp.br

Many modern optimization problems involve in the objective function solution mappings or optimal-value functions of other optimization problems. Those solution mappings and optimal-value functions are nonsmooth, and the optimal-value function is also possibly nonconvex (even if the defining data is smooth and convex). Moreover, stemming from solving optimization problems, those solution mappings and value-functions are usually not known explicitly. We present a computationally implementable approach to smoothly approximate solution mappings and optimal-value functions of fully parametrized convex optimization problems that combines interior penalty (log-barrier) with Tikhonov regularization [5]. Applications are presented to two-stage (possibly nonconvex) stochastic programming [5], and to a certain class of hierarchical decision problems that can be viewed as single-leader multi-follower games [2].

## Referencias

- [1] P. Borges, C. Sagastizábal, and M. Solodov. A regularized smoothing method for fully parameterized convex problems with applications to convex and nonconvex two-stage stochastic programming. *Mathematical Programming* Vol. **189**, (2021) 117–149.
- [2] P. Borges, C. Sagastizábal, and M. Solodov. Decomposition algorithms for some deterministic and two-stage stochastic single-leader multi-follower games. *Computational Optimization and Applications* Vol. **78**, (2021) 675–704.

## UN MÉTODO DE DESCENSO DE SEGUNDO ORDEN CON PREDICCIÓN DE CONJUNTOS ACTIVOS PARA LA OPTIMIZACIÓN DE GRUPOS DISPERSOS

López Sofía – Juan Carlos de los Reyes – Pedro Merino • Centro de Modelización Matemática •  
sofia.lopezo@epn.edu.ec –juan.delosreyes@epn.edu.ec – pedro.merino@epn.edu.ec

Proponemos un algoritmo de segundo orden para la solución de problemas de optimización dispersa de grupos o «sparse group optimization» en dimensión finita y en espacios funcionales. Problemas ampliamente estudiados como la regularización «group lasso» se enmarcan en este tipo de problemas no diferenciables. Se propone un algoritmo para resolver el siguiente problema de optimización:

$$\min_{u \in H(\Omega)} \psi(u) := f(u) + \beta \|u\|_{1,2}. \quad (0.1)$$

El método se basa en encontrar direcciones del descenso más profundo del problema no diferenciable, estas direcciones se modifican mediante el uso de información de segundo orden. Se propone también un paso de predicción para identificar más rápidamente el conjunto activo. Se realiza el análisis de convergencia del algoritmo usando la noción de monotonía de Fejér para el caso convexo y para el caso no convexo se utiliza la propiedad de Kurdyka-Lojasiewicz. Se presentan experimentos computacionales comparativos para probar el rendimiento del algoritmo ideado.

# A DIVERGENCE-FREE FINITE ELEMENT METHOD FOR A THERMO-BIOCONVECTIVE FLOWS MODEL

Estrada Marco – D. De Cecchis – E. Colmenares–W. Angulo • Universidad San Francisco de Quito,  
ECUADOR– Escuela Superior Politécnica del Litoral, ECUADOR – Universidad del Bio-Bio,  
CHILE–Escuela Superior Politécnica del Litoral, ECUADOR • wangulo@usfq.edu.ec –  
dany@espol.edu.ec – ecolmenares@ubiobio.cl-marvestr@espol.edu.ec

En el presente trabajo, se presenta y analiza un esquema de elementos finitos para un modelo de flujo termo-bioconvectivo de microorganismos gravitácticos en medios porosos que conserva la propiedad de divergencia nula a nivel discreto. Este modelo relaciona la velocidad y la presión del fluido, por medio de la ecuación Darcy-Brinkman y la concentración de microorganismos y temperatura del fluido, por medio de ecuaciones de conservación de difusión-advección. El método numérico propuesto proporciona un esquema numérico estable, y alta convergencia para resolver numéricamente el modelo descrito. Para lo cual, se presentan resultados teóricos y numéricos.

La parte teórica, consistió en un análisis continuo y discreto. En el análisis continuo se plantea una formulación débil del modelo y posteriormente se prueba el buen planteamiento en el sentido de Hadamard, mediante el planteamiento de un esquema de punto fijo sobre un operador, el cual surge de forma natural por como se plantea el problema en su formulación débil, de esta forma se consiguió resultados de existencia de soluciones sin necesidad de imponer restricciones sobre los datos del problema de interés.

Una vez demostrado el buen planteamiento del problema a nivel continuo, se propuso un esquema numérico Galerkin discontinuo sobre las ecuaciones del fluido y continuo para la temperatura y concentración. Empleando una estrategia de análisis similar al caso continuo, se prueba el buen planteamiento y posteriormente se establecen las cotas de error para las distintas incógnitas del fenómeno estudiado.

Finalmente, se muestran los resultados numéricos de una implementación computacional en un ejemplo académico, para verificar las estimaciones del error error a priori y las tasas de convergencia.

## Referencias

- [1] KUZNETSOV, A. AND JIANG, N. , *Numerical investigation of bioconvection of gravitactic microorganisms in an isotropic porous medium. International communications in heat and mass transfer*, 28 (7):877–886 (2001).
- [2] NGUYEN-QUANG, T., LE PALEC, G., ET AL. *Gravitactic bioconvection in a fluid-saturated porous medium with double diffusion. Journal of Porous Media*, 11(8) (2008).
- [3] E. COLMENARES, AND M. NEILAN, *Dual-mixed Finite Element Methods for the Stationar Boussinesq problem. Computers and Mathematics with Applications* (2016) 72 , 1828-1850.

# ALGORITMO FORWARD-BACKWARD MULTIMALLA CON APLICACIÓN AL PROBLEMA DE SUPRESIÓN DE RUIDO EN UNA IMAGEN

Guerra Felipe • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • edison.guerra@epn.edu.ec

A lo largo de la historia los problemas de optimización han generado gran interés en la comunidad científica, dando lugar al desarrollo de teorías y algoritmos que determinan la solución, o aproximación de la misma, de esta rama de la matemática. Dentro de la rama de la optimización, el procesamiento de imágenes es un campo que ocupa la atención científica por su variedad de aplicaciones como: imágenes satelitales, imágenes de rayos X, tomografías computarizadas, etc [5]. Muchos problemas de procesamiento de imágenes se pueden categorizar como: denoising (eliminación de ruido), deblurring (desenfocar), edge detection (detección de bordes), optical flow computation (cálculo de flujo óptico), restoration – inpainting (restauración – repintura), y muchos más [6]. Los métodos multimalla fueron creados originalmente para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones de borde de Dirichlet. Posteriormente, se desarrollaron para resolver ecuaciones diferenciales parciales con diversas condiciones de frontera [4]. Sin embargo, Stephen G. Nash descubrió, creativamente, como usar los métodos multimalla para resolver problemas de optimización a gran escala [1], asumiendo que la función objetivo es diferenciable. La idea básica de los métodos multimalla para problemas de optimización es usar problemas de menor dimensión (problemas de optimización en la “malla gruesa”) que proporcionen información útil para aproximar la solución en el problema original (problema de optimización en la “malla fina”) [1]. Los operadores de transferencia, llamados operadores de restricción y prolongación, dan forma a la idea detrás de los métodos multimalla, es decir, los operadores de transferencia pasan la información del problema original al problema de menor dimensión y viceversa [4]. Pese a la excelente idea de usar los métodos multimalla para resolver problemas de optimización a gran escala con función objetivo diferenciable, el método propuesto por Stephen G. Nash no es posible aplicar a varios problemas del tipo

$$\min_{x \in X} J(x) = G(x) + F(x), \quad (P)$$

donde  $F$  es diferenciable pero  $G$  no es diferenciable. Por tanto, desarrollaremos un algoritmo multimalla derivado del método *Forward-Backward Splitting Method*, [2], para resolver el problema del tipo (P), disminuyendo su carga computacional.

El algoritmo forward-backward multimalla que queremos proponer consiste en realizar un bloque de iteraciones del algoritmo derivado del método forward-backward para el problema (P), luego construir el problema en la malla gruesa

$$\min_{\zeta \in X_H} G_H^k(\zeta) + F_H(\zeta) + \langle w_H^k, \zeta \rangle, \quad (0.2)$$

donde  $G_H^k : X_H \rightarrow \mathbb{R}$  y  $w_H^k \in X_H$  se construyen en la  $k$ -ésima iteración que aproxima la solución del problema en la malla fina (P). De tal forma que podamos obtener una



dirección de descenso después de haber iterado con el algoritmo derivado del método forward-backward, de igual manera. Una vez que hemos encontrado la dirección de descenso, realizamos la búsqueda lineal con la regla de Armijo y la derivada direccional de la función objetivo del problema (P). El proceso se repite cierta cantidad de veces o hasta alcanzar un criterio de parada.

*Teorema 1.* Sean  $G, F : X \rightarrow \mathbb{R}$  convexas, propias y semicontinuas inferiormente, tal que  $F$  es  $G$ -diferenciable con gradiente  $L$ -Lipschitz. Además, suponemos que las funciones  $G_H^k, F_H : X_H \rightarrow \mathbb{R}$  también son convexas, propias y semicontinuas inferiormente, tal que  $F_H$  es  $G$ -diferenciable con gradiente  $L_H$ -Lipschitz. Entonces el algoritmo forward-backward multimalla satisface

$$J(\tilde{x}^N) - J(x^*) \leq \frac{1}{2\tau N\kappa} \left( \|x^0 - x^*\|^2 + \sup_{i \in \mathbb{N}} \|x^{i(\kappa+1)} - x^*\|^2 \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{\theta_{i\kappa} - 1} \right). \quad (0.3)$$

donde

$$\tilde{x}^N = \frac{1}{N\kappa} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{k=i(\kappa+1) \\ k \neq \kappa-1}}^{i(\kappa+1)+\kappa} x^{k+1} \quad (0.4)$$

Aplicamos este algoritmo al problema de supresión de ruido en una imagen, tomando la función  $G_H^k$  como

$$G_H^k(\zeta) = \sum_{l=1}^{N_1 N_2} \alpha_l \delta_{B(0, \alpha_l)}(\zeta_l) + \delta_{\Omega}(\zeta),$$

tal que

$$\Omega = \prod_{l=1}^{N_1 N_2} \Omega_l, \quad \Omega_l = \left\{ \left[ \zeta^{k,0} \right]_l + \zeta_l : \frac{\partial \zeta_l}{\partial \rho} \leq 0, \quad \forall \rho \in \Gamma_l \right\}, \quad (0.5)$$

$$\Gamma_l = \left[ I_h^H \partial G(y^k) \right]_l = \left\{ \left[ I_h^H g \right]_l : g \in \partial G(y^k) \right\}. \quad (0.6)$$

para el dato inicial  $\zeta^{k,0} = I_h^H y^k$ .

*Corolario 2.* Supongamos que  $[\partial J]^{-1}(0) \neq \emptyset$ , donde  $J$  es la función objetivo del problema de supresión de ruido en una imagen en su formulación dual.

Entonces el algoritmo forward-backward multimalla satisface

$$J(\tilde{y}^N) - J(y^*) \leq \frac{1}{2\tau N\kappa} \left( \|y^0 - y^*\|^2 + \hat{\theta} \|y^*\| \right), \quad (0.7)$$

$$J(y^{N(\kappa+1)}) - J(y^*) \leq \frac{1}{2\tau N\kappa} \left( \|y^0 - y^*\|^2 + \hat{\theta} \|y^*\| \right), \quad (0.8)$$

donde  $\tilde{y}^N$  viene dado por (0.4) y

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} \theta_{ik} = \hat{\theta}.$$

### Referencias

- [1] Nash, S. G. (2000). A multigrid approach to discretized optimization problems. *Optimization Methods and Software*, 14(1-2), 99-116.
- [2] Lions, P. L., & Mercier, B. (1979). Splitting algorithms for the sum of two nonlinear operators. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 16(6), 964-979.
- [3] Clason, C., & Valkonen, T. (2020). *Introduction to nonsmooth analysis and optimization*. arXiv preprint arXiv:2001.00216.
- [4] Briggs, W. L., Henson, V. E., & McCormick, S. F. (2000). *A multigrid tutorial*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [5] Chan, T. F., & Shen, J. (2005). *Image processing and analysis: variational, PDE, wavelet, and stochastic methods*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [6] Bredies, K., & Lorenz, D. (2018). *Mathematical Image Processing*. Cham: Springer International Publishing.

## **SESIÓN: Análisis, Ecuaciones en derivadas parciales y física matemática**

Esta sesión estará dedicada a la presentación de investigaciones originales en el área del análisis matemático y las ecuaciones diferenciales parciales, en un sentido amplio, incluyendo resultados teóricos, así como aplicaciones de estas, especialmente en la física. Adicionalmente, se presentarán avances del cálculo fraccionario en múltiples dimensiones

# EL TEOREMA DE AMEMIYA Y ANDO PARA UN PRODUCTO ALEATORIO DE OPERADORES CONTRACTIVOS

Arias Daniel – Salinas, Zuly • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador – Escuela Politécnica  
Nacional, Ecuador • ariasdaniel1596@hotmail.com – zuly.salinas@epn.edu.ec

Consideremos un espacio de Hilbert  $(H, \|\cdot\|)$  y  $S_1, S_2, \dots, S_m$ , subespacios vectoriales cerrados de  $H$ . Denotemos por  $P_{S_i}$  al operador de proyección ortogonal de  $H$  sobre  $S_i$ , con  $i = 1, 2, \dots, m$ . En [3] Israel Halperin demuestra que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \left( P_{S_m} P_{S_{m-1}} \cdots P_{S_1} \right)^n x - P_S x \right\| = 0 \quad \forall x \in H,$$

donde  $P_S$  es el operador de proyección ortogonal de  $H$  sobre

$$S := \bigcap_{i=1}^m S_i.$$

Ahora, consideremos las sucesiones de operadores

$$\left( A_n^{(1)} \right)_{n \in \mathbb{N}}, \dots, \left( A_n^{(N)} \right)_{n \in \mathbb{N}},$$

de  $H$  en  $H$  tales que

$$\left\| A_n^{(k)} x - P_{S_k} x \right\| \leq r_n \|x\| \quad \forall x \in H, \quad \forall k = 1, \dots, m, \quad (0.9)$$

donde  $(r_n)_{n \in \mathbb{N}}$  es una sucesión de números reales positivos tal que

$$\sum_{n \in \mathbb{N}} r_n < \infty.$$

A la sucesión de operadores  $\left( A_n^{(k)} \right)_{n \in \mathbb{N}}$  le llamamos sucesión de aproximaciones del operador  $P_{S_k}$ .

En [4], Eugene Pustilnik y Simeon Reich, reemplazan los operadores de proyección por operadores, posiblemente no lineales y discontinuos, que satisfacen (0.9) y obtienen la misma conclusión que en el Teorema de Halperin, es decir, demuestran que para cada  $x \in H$  existe  $x^* \in S$  tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \left( \prod_{j=1}^n A_j^{(m)} A_j^{(m-1)} \cdots A_j^{(1)} \right) x - x^* \right\| = 0.$$

Para ello hacen uso del Teorema 4.1 demostrado en [2], en el que se establece una relación entre la órbita exacta y órbita inexacta con errores sumables de un operador.

Ahora, consideremos  $T_1, T_2, \dots, T_m : H \rightarrow H$ , operadores contractivos, y  $r : \mathbb{N} \rightarrow \{1, \dots, m\}$  una función, Amemiya y Ando en [1] demuestran que, bajo ciertas condiciones, la sucesión de operadores  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge débilmente, en donde

$$S_n := T_{r(n)} T_{r(n-1)} \cdots T_{r(1)} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Una pregunta natural que surge es si, aprovechando este resultado, podemos generalizar el demostrado por Pustyl'nik y Reich en [4]. En nuestro resultado principal, damos respuesta a esta interrogante. Definimos conceptos análogos a la órbita exacta y órbita inexacta con errores sumables de un operador, y con ello demostramos una generalización del Teorema 4.1 de [2], siguiendo la metodología desarrollada por Pustyl'nik y Reich y aprovechando el resultado obtenido por Amemiya y Ando, demostramos que para cada  $x \in H$  existe  $x^* \in H$  tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \prod_{j=1}^n A_j^{(r((j-1)q+q))} A_j^{(r((j-1)q+q-1))} \dots A_j^{(r((j-1)q+1))} \right) x = x^*,$$

débilmente, donde  $(A_n^{(k)})_{n \in \mathbb{N}}$  es una sucesión de aproximaciones de  $T_k$  para cada  $k = 1, \dots, m$ .

## Referencias

- [1] I. Amemiya and T. Ando, *Convergence of random products of contractions in Hilbert Space*, Acta Sci. Math. 26 (1965), 239–244.
- [2] D. Butnariu, S. Reich, and A. J. Zaslavski, *Convergence to fixed points of inexact orbits of Bregman-monotone and of nonexpansive operators in Banach spaces, Fixed point theory and its applications*, Yokohama Publ., Yokohama, 2006, 11–32.
- [3] I. Halperin, *The product of projection operators*, Acta Sci. Math. (Szeged), 23 (1962), 96–99.
- [4] E. Pustyl'nik and S. Reich, *Infinite Products of Discontinuous Operators*, Contemporary Mathematics, 636 (2015), 199–202.

## INTERDEPENDENCIA DE LAS VARIABLES PARA LAS SOLUCIONES DÉBILES DE LAS ECUACIONES DE FLUIDOS MICROPOLARES

David Llerena – Diego Chamorro • Université d'Évry, Francia – Université d'Évry, Francia •  
david.llerena@univ-evry.fr - diego.chamorro@univ-evry.fr

En esta charla, se presenta un resultado reciente dado en [2] sobre la integrabilidad y regularidad de las soluciones débiles de las ecuaciones de fluidos micropolares dadas por el siguiente sistema

$$\begin{cases} \partial_t \vec{u} = \Delta \vec{u} - (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} - \vec{\nabla} p + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \wedge \vec{\omega}, \\ \partial_t \vec{\omega} = \Delta \vec{\omega} + \vec{\nabla} \operatorname{div}(\vec{\omega}) - \vec{\omega} - (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \wedge \vec{u}, & \operatorname{div}(\vec{u}) = 0, \\ \vec{u}(0, x) = \vec{u}_0(x), \operatorname{div}(\vec{u}_0) = 0, \quad \vec{\omega}(0, x) = \vec{\omega}_0(x), x \in \mathbb{R}^3. \end{cases}$$

Este sistema modeliza los fluidos constituidos de micro estructuras con ciertas simetrías y rotaciones donde  $\vec{u}$  representa la velocidad del fluido,  $p$  es la presión asociada y  $\vec{\omega}$  es la velocidad angular.

Más precisamente, veremos como aplicando una versión de la teoría de regularidad local desarrollada para las ecuaciones de Navier-Stokes podemos obtener una ganancia de integrabilidad para una solución del sistema. En efecto, si consideramos una solución débil  $(\vec{u}, \vec{\omega})$  de las ecuaciones de fluidos micropolares tal que la velocidad  $\vec{u}$  pertenece a cierto espacio de Morrey, podemos obtener una ganancia de integrabilidad tanto como para  $\vec{u}$  y  $\vec{\omega}$ , obteniendo así un resultado de interdependencia las variables de la solución, en donde la primera variable domina a la segunda.

Finalmente, aplicando este último resultado conjuntamente con la teoría de regularidad parcial para las ecuaciones micropolares desarrollada en [1], veremos como a partir de la hipótesis de pequeñez del gradiente más la información de Morrey sobre  $\vec{u}$  podemos deducir la regularidad holderiana de la solución del sistema micropolar.

## Referencias

- [1] D. CHAMORRO & D. LLERENA *Interior epsilon-regularity theory for the solutions of the magneto-micropolar equations with a perturbation term*, accepted: Journal of Elliptic and Parabolic Equations .
- [2] D. CHAMORRO & D. LLERENA *A crypto-regularity result for the micropolar fluids equation*, preprint. arxiv:<https://arxiv.org/abs/2206.00328>.

## MULTIPLICITY OF SOLUTIONS FOR A SUBLINEAR $p$ -SCHRÖDINGER-KIRCHHOFF-TYPE

### INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION

Mayorga Juan – MURILLO-TOBAR, JOSUÉ – MACANCELA-BOJORQUE, ABRAHAM • Yachay Tech University, Ecuador – Yachay Tech University, Ecuador – Yachay Tech University, Ecuador •  
 jmayorga@yachaytech.edu.ec - josue.murillo@yachaytech.edu.ec -  
 abraham.macancela@yachaytech.edu.ec

We consider the following Schrödinger-Kirchhoff-type integro-differential equation with Dirichlet condition:

$$\begin{cases} - \left( a + b \left( \int_{\mathbb{R}^N} |\nabla u|^p dx \right)^{p-1} \right) \Delta_p u + V(x)|u|^{p-2}u = f(x, u), \\ |u(x)| \rightarrow 0, \quad \text{as } |x| \rightarrow +\infty, \end{cases} \quad (\text{P})$$

where  $x \in \mathbb{R}^N$ ,  $a, b > 0$ ,  $N \geq 2$  and  $\Delta_p$  is the  $p$ -Laplace operator,

$$\Delta_p u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u),$$

that coincides with the Laplace operator when  $p = 2$ .

We assume that  $1 < p < N < +\infty$  and that the functions  $V : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$  and  $f : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verify

$$(V) \quad V \in C(\mathbb{R}^N) \text{ and } \beta = \inf_{x \in \mathbb{R}^N} V(x) > 0;$$

(F1') For each  $k = 1, \dots, l$ , there is a positive function  $M_k \in L^{p/(p-r_k)}(\mathbb{R}^N)$  such that

$$\forall (x, t) \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} : \quad |f(x, t)| \leq \sum_{k=1}^l r_k M_k(x) |t|^{r_k-1},$$

for some  $1 < r_1 < r_2 < \dots < r_l < p$ ; and,

(F2) there exist  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$  open bounded and constants  $\delta, \eta > 0$  and  $r_3 \in ]1, p[$  such that

$$\forall (x, t) \in \Omega \times [-\delta, \delta] : \quad F(x, t) \geq \eta |t|^{r_3},$$

$$\text{where } F(x, t) = \int_0^t f(x, s) ds.$$

Let's state our main results.

**Theorem 1.** *Assume that conditions (V), (F1') and (F2) hold. Then problem (P) has a non-trivial ground state solution.*

**Theorem 2.** *Assume the conditions (V), (F1), (F2) and*

(F3) *f is odd in the second variable, i.e.,*

$$\forall (x, t) \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} : \quad f(x, t) = -f(x, -t).$$

*Then problem (P) has infinitely many non-trivial solutions.*

Theorems 1 and 2 extend, for a general value  $p > 1$ , the results obtained by Duan and Huang, [2], for the case  $p = 2$ .

We obtain Theorems 1 and 2 by applying results that are classical in critical point theory (see e.g. [1] and [3]). To this purpose, we show that the functional associated to (P) verifies the Palais-Smale condition, a compactness property; and, for this, the main problem yields in the fact that the Sobolev space  $W^{1,p}(\mathbb{R}^N)$  is not compactly embedded into the Lebesgue spaces  $L^\alpha(\mathbb{R}^N)$ ,  $\alpha \in [p, pN/(N-p)[$ . To handle this difficulty, it is usual to require a coercivity property on the potential  $V$  like

$$V(x) \longrightarrow +\infty, \quad \text{as } |x| \longrightarrow +\infty, \tag{0.10}$$

as this implies that the space of functions  $u \in W^{1,p}(\mathbb{R}^N)$  such that  $V^{1/p} \cdot u \in L^p(\mathbb{R}^N)$ , is compactly contained in  $L^\alpha(\mathbb{R}^N)$ . However, we produce the proofs of our results without relying on condition (0.10) or on any other coercivity condition.

*Remark 3.* It's quite clear that the following condition implies (F2).

(F2') There exist a bounded open set  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^N$  and constants  $\delta, \eta > 0$  and  $r_3 \in ]1, p[$  such that

$$\forall (x, t) \in \Omega \times [-\delta, \delta] : \quad f(x, t) t \geq r_3 \eta |t|^{r_3}.$$

## Referencias

- [1] A. Ambrosetti and A. Malchiodi, *Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems*, *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*, Cambridge University Press (2007).
- [2] L. Duan and L. Huang, *Infinitely many solutions for sublinear Schrödinger Kirchhoff type equations with general potentials*, *Results In Mathematics*. **66**, 181-197 (2014).
- [3] P. Rabinowitz, *Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations*, *CBMS Regional Conference Series in Mathematics* **65** (1986).

## ECUACIONES DIFERENCIALES SEMILINEALES ELÍPTICAS, EXISTENCIA DE SOLUCIONES

Calahorrano Marco • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • marco.calahorrano@epn.edu.ec

Se estudia la existencia de soluciones de ciertas ecuaciones diferenciales semilineales elípticas, haremos un análisis de resultados de la literatura así como de nuevos avances en problemas del tipo Ambrosetti-Prodi, [1], [3]. Será de particular interés considerar el caso donde las condiciones de frontera son del tipo Dirichlet no homogéneas [2].

## Referencias

- [1] Antonio Ambrosetti and Giovanni Prodi. On the inversion of some differentiable mappings with singularities between Banach spaces. *Annali Di Matematica Pura Ed Applicata*, **93(1)**, (1972) 231–246.
- [2] Marco Calahorrano and Fernando Dobarro. Multiple solutions for inhomogeneous elliptic problems arising in astrophysics. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **3(2)**, (1993) 217–230.
- [3] Djairo De Figueiredo. On the superlinear Ambrosetti-Prodi problem. *Nonlinear Analysis theory Methods & Applications*, **8(6)**, (1984) 655– 665.

## FUNCIONES DE LYAPUNOV COMO ESTRATEGIA DE LOS MÉTODOS DE CONTROL BASADOS EN ENERGÍA

Pérez Maribel – ATILIO MORILLO – MARTA ESPINOZA – WÁGNER VARELA • Universidad Técnica de Manabí, Ecuador – Universidad de Zulia, Venezuela – Universidad Técnica de Manabí, Ecuador – Universidad Técnica de Manabí, Ecuador • maribel.perez@utm.edu.ec - atiliomor@gmail.com - mespinoza2881@utm.edu.ec - wvarela3520@utm.edu.ec



Al introducir el problema del control basado en la energía, existe la necesidad de trasladar las especificaciones de lazo cerrado a restricciones en la función de energía. El procedimiento que se emplea en la literatura se denomina Energy Shaping (moldeo de energía) [1], [2]; ya que las especificaciones en lazo cerrado se satisfacen dando forma o moldeando la superficie n-dimensional de la función de energía. El criterio para moldear la función de energía se basa en las especificaciones del sistema en lazo cerrado, las cuales se dividen en dos aspectos: estabilidad del régimen permanente y calidad del transitorio (velocidad, sobreoscilación). Para el régimen permanente la herramienta fundamental del análisis de estabilidad de sistemas no lineales es el método directo de Lyapunov. La existencia de una función definida positiva (salvo en el punto de equilibrio deseado donde vale cero), que evaluada en las trayectorias solución es monótona decreciente, implica la de estabilidad de dicho punto de equilibrio. Bajo ciertas condiciones adicionales dadas en el Principio de Invariancia de LaSalle, se garantiza la estabilidad asintótica, es decir, la convergencia de las trayectorias hacia el punto de equilibrio deseado. Al analizar la estabilidad de un sistema controlado por métodos energéticos, el concepto de disipatividad, unido al de moldeo de energía, proporcionan una función de Lyapunov para el control, que es la energía del sistema en lazo cerrado [3]. Una vez establecida la relación entre energía, disipación, y trayectorias del sistema, se describe la conexión existente entre la forma de la función de energía y el acotamiento de coordenadas en el transitorio. El control basado en la energía tal y como se desarrolla en esta tesis proporciona dicho modelo de energía en lazo cerrado y una adición de amortiguamiento tal que el equilibrio deseado pasa a ser estable. Si además se emplea el hecho de que las curvas de nivel de energía representan regiones de confinamiento de las coordenadas, se deduce que el energy shaping puede ser una vía para modular el comportamiento transitorio [4]. Para comprender la efectividad de las funciones de Lyapunov en los métodos de control basados en energía, se estudian los sistemas mecánicos Tora y Acrobot. Finalmente se realizan simulaciones numéricas que confirmen esta apreciación.

## Referencias

- [1] A. Donaire, J. G. Romero, R. Ortega, B. Siciliano, and M. Crespo, Robust ida-pbc for underactuated mechanical systems subject to matched disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* Vol. 27, (2017) 1000–1016.
- [2] M. Ryalat and D. S. Laila, “A robust ida-pbc approach for handling uncertainties in underactuated mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* Vol. 63, (2018) 3495–3502.
- [3] Reis, M.F., Carvalho, G.P.S., Neves, A.F., and Peixoto, A.J. (2018). Dynamic model and line of sight control of a 3-dof inertial stabilization platform via feedback linearization. *In Proceedings of 2018 American Control Conference, 1313–1318. Milwaukee, USA.*

- [4] Bouzid, Y., Siguerdidjane, H., Bestaoui, Y., Zareb, M.: Energy based 3D autopilot for VTOL UAV under guidance–navigation constraints. *J. Intell. Robot. Syst.* Vol. **63**, (2017) 341–362.

## PROBLEMAS PARABÓLICOS QUE INVOLUCRAN OPERADORES DE ORDEN VARIABLE EN TIEMPO

Yangari Miguel • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • miguel.yangari@epn.edu.ec

En esta charla se estudiarán problemas parabólicos de Hamilton-Jacobi en el marco de soluciones viscosas, donde las derivadas temporales serán reemplazadas por operadores integro-diferenciales, también llamadas derivadas fraccionarias, como son por ejemplo la derivada de Caputo. El objetivo principal de este trabajo, es obtener resultados de existencia y unicidad de soluciones continuas para este tipo de problemas fraccionarios similares a los estudiados en [5], con la particularidad de que el índice del operador integro-diferencial varía en cada instante tiempo, es decir, es de orden variable [2].

Además se investigará la regularidad Holder, tanto en la variable espacial como en la temporal de este tipo de soluciones.

### Referencias

- [1] E. Topp and M. Yangari., *Existence and Uniqueness for Parabolic Problems with Caputo Time Derivative*, *J. Differential Equations*, **262**, (2017), 6018-6046.
- [2] D. Tavares, R. Almeida and D. Torres., *Caputo derivatives of fractional variable order: Numerical approximations*, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **35**, (2016), 69-87.

## SOLVABILIDAD EN $L^p$ DEL PROBLEMA DE POISSON Y SUS APLICACIONES

Mourgoglou, Mihalis – Poggi Bruno — Tolsa Xavier • Universidad del País Vasco, España – Universidad Autónoma de Barcelona, España – Universidad Autónoma de Barcelona, España • michael.mourgoglou@ehu.eus - poggi@mat.uab.cat - xtolsa@mat.uab.cat

Para las ecuaciones diferenciales elípticas de segundo orden  $Lu := -\operatorname{div}A\nabla u = 0$ , los problemas de valores en la frontera, con datos singulares en la frontera y en dominios con fronteras irregulares, vienen siendo estudiados a mucho detalle en las últimas décadas. Sin embargo, la solvabilidad en  $L^p$  del problema de Poisson  $Lw = H$  con dato

$H$  en un espacio natural no ha sido previamente estudiado, nisiquiera cuando  $L$  es el Laplaciano ni cuando el dominio es la bola. La pregunta concreta es, ¿en qué espacio debe estar  $H$  para que la solución  $w$  verifique cotas no tangenciales en  $L^p$  en la frontera? En esta charla, veremos la solución natural a este problema. De hecho, demostramos que la solvabilidad en  $L^p$  de nuestro problema de Poisson con dato Dirichlet 0 en la frontera, es equivalente a la solvabilidad del problema de Dirichlet con datos en  $L^p$ . Finalmente, usamos nuestros nuevos estimados para resolver el problema abierto de regularidad para operadores  $L$  con matrices  $A$  irregulares cuyas gradientes satisfacen una condición de medida Carleson conocida como la condición de Dahlberg-Kenig-Pipher, en dominios con fronteras irregulares. Este último resultado es nuevo incluso en la bola.

## BOUNDEDNESS OF RIESZ POTENTIALS ON GAUSSIAN VARIABLE LEBESGUE SPACES

Pineda Ebner – Navas Eduard – Urbina Wilfredo • Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador  
– Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda, Venezuela – Roosevelt University, USA  
• epineda@espol.edu.ec - enavas@correo.unefm.edu.ve - wurbinaromero@rooseveltl.edu

In this work we prove the boundedness of the Gaussian Riesz potentials  $I_\beta$ , for  $\beta \geq 1$  on  $L^{p(\cdot)}(\gamma_d)$ , the Gaussian variable Lebesgue spaces under a certain additional condition of regularity on  $p(\cdot)$  following [1],[2],[3] and [4]. This result give us an alternative proof of the boundedness of Gaussian Riesz potentials  $I_\beta$  on Gaussian Lebesgue spaces  $L^p(\gamma_d)$  under certain restrictions, see [5].

### Referencias

- [1] Cruz-Urbe, D. & Fiorenza, A. *Variable Lebesgue Spaces Foundations and Harmonic Analysis*, Applied and Numerical Harmonic Analysis Birkhäuser-Springer, Basel, (2013)
- [2] Dalmaso, E. & Scotto, R. (2017) *Riesz transforms on variable Lebesgue spaces with Gaussian measure*, Integral Transforms and Special Functions, 28:5, 403-420, DOI: 10.1080/10652469.2017.1296835
- [3] Moreno, J., Pineda, E., & Urbina, W. *Boundedness of the maximal function of the Ornstein-Uhlenbeck semigroup on variable Lebesgue spaces with respect to the Gaussian measure and consequences*. Revista Colombiana de Matemáticas. Vol. 55 Núm. 1, 21-41 (2021).
- [4] S. Pérez *The local part and the strong type for operators related to the Gauss measure*. J. Geom. Anal. 11 (2001), no. 3, 491–507. MR1857854 (2002h:42027)
- [5] Urbina W. *Gaussian Harmonic Analysis*, Springer Monographs in Math. Springer Verlag, Switzerland AG (2019).

## DE LA DIFUSIÓN ANÓMALA A LA DIFUSIÓN CLÁSICA EN UNA ECUACIÓN DEL CALOR NO LINEAL

Loachamín Geremy – Jarrín Oscar • Université Paris-Saclay, Francia–Universidad de las Américas, Ecuador • geremy.loachamin@ens.uvsq.fr-oscar.jarrin@udla.edu.ec,

En esta charla, consideramos una ecuación de tipo calor con un término de transporte no lineal y dos diferentes casos para el término de difusión: uno de tipo anómalo, donde interviene el operador Laplaciano fraccionario con parámetro  $1 < \alpha < 2$  y otro clásico con el operador Laplaciano. Cuando  $\alpha \rightarrow 2$ , mostramos la convergencia uniforme de las soluciones del caso fraccionario al caso clásico. Además, deducimos rigurosamente una tasa de convergencia, que fue estudiada numéricamente en trabajos previos para el caso lineal.

## DESIGUALDADES DE CARLEMAN GLOBALES PARA ECUACIONES EN ELASTICIDAD LINEAL

Imba Alex – Mercado Alberto • Universidad Técnica Federico Santa María, Chile – Universidad Técnica Federico Santa María – Chile • alex.imba@usm.cl - alberto.mercado@usm.cl

En este trabajo abordamos el desarrollo de estimaciones de Carleman globales para ecuaciones de placas y sus aplicaciones a la identificación de parámetros. Historicamente las estimaciones de Carleman surgieron para probar resultados de continuación única en ecuaciones elípticas. Durante las últimas décadas, las desigualdades de Carleman han sido ampliamente usadas en el contexto del control y problemas inversos en varios tipos de EDP's. En nuestro trabajo, seguimos el enfoque de [1] y [2] para construir una estimación de Carleman para el operador de placas  $\partial_t^2 + \Delta^2$  con condiciones de borde fijas y complementamos así el trabajo [3]. Se obtienen resultados de estabilidad Lipchitz para la identificación de una fuente a partir de mediciones en la frontera y discutimos su extensión al caso de coeficientes discontinuos como se muestra en [4].

### Referencias

- [1] Fursikov, A. V., & Imanuvilov, O. Y. (1996). Controllability of evolution equations, Lect. Notes Ser, 34.
- [2] Puel, J. P., & Yamamoto, M. (1996). On a global estimate in a linear inverse hyperbolic problem. Inverse problems, 12(6), 995.
- [3] Fu, X., Zhang, X., & Zuazua, E. (2006). On the optimality of some observability inequalities for plate systems with potentials. In Phase space analysis of partial differential equations (pp. 117-132). Birkhäuser Boston.

- [4] Baudouin, L., Mercado, A., & Osses, A. (2007). A global Carleman estimate in a transmission wave equation and application to a one-measurement inverse problem. *Inverse Problems*, 23(1), 257.

## A MOUNTAIN PASS SOLUTION FOR A P-KIRCHHOFF-TYPE DISCONTINUOUS SYSTEM

Narváez Daniel –Mayorga Juan • Universidad Central del Ecuador, Ecuador – Yachay Tech  
University, Ecuador • danarvaez@uce.edu.ec-jmayorga@yachaytech.edu.ec

In this work, the existence of a non-trivial solution is established for the Kirchhoff-type integro-differential discontinuous system with  $p$ -Laplacian operator:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \left( a + b \left( \int_{\mathbb{R}^N} |\nabla u(x)|^p dx \right)^{p-1} \right) \Delta_p u(x) + V(x)|u(x)|^{p-2}u(x) = \partial_1 F(u, v), \quad x \in \mathbb{R}^N, \\ - \left( c + d \left( \int_{\mathbb{R}^N} |\nabla v(x)|^p dx \right)^{p-1} \right) \Delta_p v(x) + V(x)|v(x)|^{p-2}v(x) = \partial_2 F(u, v), \quad x \in \mathbb{R}^N, \end{array} \right. \quad (\text{P})$$

where  $a, c > 0, b, d \geq 0, u, v \in W^{1,p}(\mathbb{R}^N), N \geq 2, \partial_i F(u, v)$  is the  $i$ -th partial generalized gradient in the sense of Clarke, [2], and  $\Delta_p$  is the  $p$ -Laplace operator,

$$\Delta_p u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u),$$

that coincides with the Laplace operator when  $p = 2$ .

We assume that  $1 < p < N < +\infty, s \in (0, 1)$  and that  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  is a locally Lipschitz function. We also assume that

- (V)  $V \in C(\mathbb{R}^N), \beta := \inf_{x \in \mathbb{R}^N} V(x) > 0$ , and there exists a constant  $d_0 > 0$ , such that

$$\lim_{|y| \rightarrow +\infty} \operatorname{meas}\{x \in \mathbb{R}^N : |x - y| \leq d_0, V(x) \leq M\} = 0, \quad \forall M > 0,$$

where  $\operatorname{meas}$  denotes the Lebesgue measure in  $\mathbb{R}^N$ ;

- (F1) There are constants  $c_1 > 0$  y  $q \in ]p, p^*[$ , such that

$$|w_1| + |w_2| \leq c_1(|u| + |v| + |u|^{q-1} + |v|^{q-1}),$$

for all  $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ , and  $w_i \in \partial_i F(u, v)$  with  $i = 1, 2$  where

$$p^* := \frac{pN}{N - sp};$$

- (F2)  $F$  is regular on  $\mathbb{R}^2$  (in the sense of Clarke);

- (F3)  $\lim_{|u|+|v| \rightarrow 0} \frac{\max\{\partial_1 F(u, v), \partial_2 F(u, v)\}}{|u| + |v|} = 0$ ;

(F4) There exists a constant  $\alpha > p^2$  such that

$$\alpha F(u, v) + F_1^\circ(u, v; -u) + F_2^\circ(u, v; -v) \leq 0, \quad \forall u, v \in \mathbb{R};$$

(F5)  $F \geq 0$  y  $F(u, v) > 0$  for all  $(u, v) \neq (0, 0)$ , with  $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ .

The main result is stated as follows.

**Theorem 4.** *Assume that conditions (V) and (F1)-(F5) hold. Then problem (P) possesses at least one nontrivial weak solution.*

This result is a generalization for  $p > 1$ , of the problem studied by Duan and Huang, [3], for  $p = 2$ .

Since the energy functional associated with problem (P) is only Lipschitz continuous, our approach, which is variational, is based on the nonsmooth critical-point theory developed by Kourogenis and Papageorgiou, [4], which is a generalization of the work of Chang, [1]. To this purpose, we show that the functional associated with (P), verifies the nonsmooth Palais-Smale condition and we also study the geometric conditions of the nonsmooth mountain pass theorem. For this, the main problem is that the Sobolev space  $W^{1,p}(\mathbb{R}^N)$  is not compactly embedded in the Lebesgue spaces  $L^\alpha(\mathbb{R}^N)$ ,  $\alpha \in [p, pN/(N-p)[$ , with  $N > p$ . To handle this difficulty, it is usual to require a coercivity property on the potential  $V$  (assumption F1), since this implies that the function space  $u \in W^{1,p}(\mathbb{R}^N)$  such that  $V^{1/p} \cdot u \in L^p(\mathbb{R}^N)$ , is compactly contained in  $L^\alpha(\mathbb{R}^N)$ .

## Referencias

- [1] K.C. Chang, Variational methods for nondifferentiable functionals and their applications to partial differential equations, J. Math. Anal. Appl. 80 (1981) 102-129.
- [2] F.H. Clarke, Nonsmooth Analysis and Optimization, Wiley, New York, 1983.
- [3] L. Duan, L. Huang, Existence of nontrivial solutions for Kirchhoff-type variational inclusion system in  $\mathbb{R}^N$ , Applied Mathematics and Computation. 235 (2014) 174-186.
- [4] N.C. Kourogenis, N.S. Papageorgiou, Nonsmooth critical point theory and nonlinear elliptic equations at resonance. Kodai Math. J. 23 (2000) 108-135.

## BUEN COLOCAMIENTO Y DECAIMIENTO EN VARIABLE ESPACIAL

### PARA UNA ECUACIÓN GENERALIZADA KURAMOTO-VELARDE

Cortez Fernando – Jarrín, Oscar • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador – Universidad de las Américas, Ecuador • manuel.cortez@epn.edu.ec - oscar.jarrin@udla.edu.ec

Estudiamos una generalización de la célebre ecuación Kuramoto-Velarde. Mostramos que el problema a valor inicial está bien planteado localmente (y globalmente en algunos casos) en ciertos espacios de Sobolev. También estudiaremos el óptimo decaimiento en variable espacial de la solución asociada.

## Referencias

- [1] M.F. Cortez & O. Jarrín. *Spatial behavior of solutions for a large class of non-local PDE's arising from stratified flows*. Differential and Integral Equations 34(9/10): 539-594 (2021).
- [2] D. Pilod. *Sharp well-posedness results for the Kuramoto-Velarde equation*. Communications on Pure and Applied Analysis 7: 867-881 (2008).

## CONTROL Y ESTABILIZACIÓN PARA LA ECUACIÓN DE BENJAMIN GENERALIZADA POR DISPERSIÓN SOBRE UN DOMINIO PERIÓDICO

Francisco Vielma –Ademir Pastor • Universidad Tecnológica Metropolitana, Chile – Universidade Estadual de Campinas, Brasil • [fvielma@utem.c](mailto:fvielma@utem.c) - [apastor@ime.unicamp.br](mailto:apastor@ime.unicamp.br)

En esta charla estudiaremos las propiedades de controlabilidad y estabilización de la ecuación de Benjamin generalizada por dispersión (DGB) sobre un dominio periódico  $\mathbb{T}$ . La DGB abarca varios modelos dispersivos bien conocidos. En particular, la ecuación de Korteweg-de Vries (KdV), introducida [1] como un modelo aproximado para ondas planas unidireccionales que se propagan en la superficie de aguas poco profundas, la ecuación de Benjamin-Ono (BO) deducida en [2, 3] para modelar ondas internas unidimensionales en aguas profundas y la ecuación de Benjamin, que fue derivada en [4] para describir la evolución de las ondas en la interfaz de un sistema de fluidos de dos capas donde los efectos de la tensión superficial no son despreciables. Primero, asumiendo que la función de control actúa sobre todo el dominio y siguiendo técnicas similares a las usadas en [6, 5], mostraremos que el sistema es global exactamente controlable en los espacios de Sobolev  $H_p^s(\mathbb{T})$ , con  $s \geq 0$ . Después, proporcionando una ley de feedback adecuada, mostraremos que la ecuación resultante admite soluciones únicas globales que son localmente exponencialmente estabilizables en el espacio  $L_p^2(\mathbb{T})$ . El ingrediente principal para probar la existencia y unicidad de las soluciones es la introducción de los espacios de Bourgain normalizados por disipación, los cuales permiten ganar propiedades de regularidad simultáneamente de la disipación y la dispersión presentes en la ecuación (Vea [7]). Finalmente, se obtiene el resultado de estabilizabilidad tomando en cuenta el decaimiento del semigrupo asociado y un argumento de punto fijo.

## Referencias

- [1] D.J. Korteweg and G. de Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves*, Phil. Mag. **39** (1895), 422-443.
- [2] T.B. Benjamin, *Internal waves of permanent form in fluids of great depth*, J. Fluid Mech. **29** (1967), 559-592.

- [3] H. Ono, *Algebraic solitary waves in stratified fluids*, J.Phys. Soc. Japan **39** (1975), 1082-1091.
- [4] T.B. Benjamin, *A new kind of solitary waves*, J. Fluid Mech. **245** (1992), 401–411.
- [5] F. Linares and J.H. Ortega, *On the controllability and stabilization of the linearized Benjamin-Ono equation*, ESAIM Control Optim. Cal. Var. **11** (2005), 204-218.
- [6] D.L. Russell and B.-Y. Zhang, *Exact controllability and stabilizability of the Korteweg-de Vries equation*, Trans. Amer. Math. Soc. **348** (1996), 3643-3672.
- [7] C. Flores, S. Oh, and D. Smith, *Stabilization of dispersion-generalized Benjamin-Ono equation*, Nonlinear dispersive waves and fluids, 111-136, Contemp. Math. 725, Amer. Math. Soc., 2019.

**DESIGUALDADES INTEGRALES HERMITE-HADAMARD Y  
( $h, m$ )-CONVEXIDAD MODIFICADA**

NÁPOLES, J.E – M. VIVAS, C. – DR. GUERRERO, J.A • Universidad Nacional del Nordeste,  
Argentina – Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ecuador – Instituto Superior de  
Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana • jnapoles@exa.unne.edu.ar -  
mvivas@puce.edu.ec - jose.guerrero@isfododsu.edu.do

En esta charla hablaremos de algunas desigualdades integrales para funciones  $(h, m)$ -convexas de segundo tipo, mediante las integrales generalizadas. (ver [1], [2], [3]).

**Referencias**

- [1] M. Vivas-Cortez, J. E. Napoles and J. A. Guerrero, *Some Hermite-Hadamard Weighted Integral Inequalities for  $(h, m)$ -Convex Modified Functions*, Appl. Math. inf. Sci., **16**. No. 1, 25-33 (2022), <http://dx.doi.org/10.18576/amis/160103>.
- [2] G. Toader, *Some generalizations of the convexity*, Proc. Coll. Approx. Optim., Unive. Cluj-Napoca, (1985), 329-338.
- [3] B.Y. Xi, D.D. Gao and F. Qi, *Integral inequalities of Hermite-Hadamard type for  $(\alpha, s)$ -convex and  $(\alpha, s, m)$ -convex functions*, Italian J. Pure Appl. Math., **44**, (2020), 499-510.



# EL ÁLGEBRA DE BANACH DE FUNCIONES CON $\phi$ -VARIACIÓN ACOTADA A

Bracamonte, Mireya • Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador • mrbracam@espo1.edu.ec

Se presenta el álgebra de funciones con  $\phi$ -variación acotada definidas sobre un conjunto compacto  $K$  del plano convexo [?]. Además muestran las condiciones que debe cumplir una función  $h$ , de tal forma que el operador multiplicación, que genera, sea un operador de rango cerrado, finita o compacto; así como la caracterización de tal forma que sea un operador de Fredholm.

## UN RESULTADO DE BUEN PLANTEAMIENTO PARA UN SISTEMA DE ECUACIONES TIPO BOUSSINESQ

Córdoba Ricardo – Montes Alex • Universidad del Cauca, Colombia – Universidad del Cauca,  
Colombia • ricardocordoba@unicauca.edu.co - amontes@unicauca.edu.co

En este trabajo establecemos un resultado de buen planteamiento para el problema de Cauchy periódico asociado con el sistema tipo Boussinesq

$$\begin{cases} \eta_t + \partial_x^2 \Phi - \partial_x^4 \Phi + \partial_x (\eta \partial_x \Phi) = 0, \\ \Phi_t + \eta - \partial_x^2 \eta + \frac{1}{2} (\partial_x \Phi)^2 = 0, \end{cases} \quad (0.11)$$

con la condición inicial

$$\eta(x, 0) = \eta_0(x), \quad \Phi(x, 0) = \Phi_0(x). \quad (0.12)$$

El sistema (0.11) fue derivado en [1] y modela la evolución de ondas de gran elongación y pequeña amplitud en un fluido, donde  $\Phi = \Phi(x, t)$  representa la velocidad potencial y  $\eta = \eta(x, t)$  corresponde a la elevación de la onda. Específicamente, demostraremos que el problema de Cauchy para el sistema (0.11) con la condición inicial (0.12) en el espacio de Sobolev  $H^s(\mathbb{T}) \times \mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T})$  es localmente bien planteado para  $s \geq 0$ , donde  $\mathbb{T} = \mathbb{R}/(2\pi\mathbb{Z})$ . Aquí  $H^s(\mathbb{T})$  denota el espacio de Sobolev de tipo periódico de orden  $s$  definido con respecto a la norma

$$H^s(\mathbb{T}) = \left\{ w = \sum_{k \in \mathbb{Z}} w_k e^{ikx} : \sum_{k \in \mathbb{Z}} (1 + |k|^2)^s |w_k|^2 < +\infty \right\}$$

y  $\mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T})$  se define con respecto a la norma

$$\|w\|_{\mathcal{V}^{s+1}(\mathbb{T})} = \left[ \sum_{k \in \mathbb{Z}} (1 + |k|^2)^s |k|^2 |w_k|^2 \right]^{1/2},$$

donde  $w_k = \widehat{w}(k)$  denota el  $k$ -coeficiente de Fourier con respecto a la variable espacial  $x$ .

Para obtener nuestro resultado usamos el espacio de Bourgain de tipo periódico  $X_{per}^{s,\beta} \times Y_{per}^{s+1,\beta}$ ,  $s, \beta \in \mathbb{R}$ , donde  $X_{per}^{s,\beta}$  se define con respecto a la norma

$$\|w\|_{X_{per}^{s,\beta}} = \|\langle |\tau| - \phi(k) \rangle^\beta \langle k \rangle^s \tilde{w}\|_{l_k^2 L_\tau^2}$$

y  $Y_{per}^{s+1,\beta}$  con respecto a la norma

$$\|w\|_{Y_{per}^{s+1,\beta}} = \|\langle |\tau| - \phi(k) \rangle^\beta |k| \langle k \rangle^s \tilde{w}\|_{l_k^2 L_\tau^2},$$

con  $\langle a \rangle = 1 + |a|$  y  $\phi(k) = |k|^3 + |k|$  es el símbolo asociado a la parte lineal del modelo (0.11) y  $\tilde{w}$  denota la transformada de Fourier en espacio-tiempo de  $w$ ,

$$\tilde{w}(k, \tau) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{T}} e^{-ixk - it\tau} w(x, t) dx dt.$$

Como es usual, para la demostración de buen planteamiento del problema de Cauchy (0.11)-(0.12) usaremos un argumento de punto fijo combinado con estimativos lineales y no lineales apropiados.

## Referencias

- [1] J. Quintero. Solitary water waves for a 2D Boussinesq type system. *J. Part. Diff. Eq.* Vol. **23**, (2010) 251–280.

## **SESIÓN: Geometría, Topología y sus Aplicaciones**

Al ser la Geometría un área de la matemática con gran producción es importante generar un espacio para difundir las investigaciones que se realizan y fortalecer el desarrollo de la misma en el Ecuador. La sesión temática de Geometría y Topología estaría organizada para la presentación de trabajos novedosos y originales en las áreas de geometría diferencial, topología general, algebraica y diferencial.

Adicionalmente, la sesión estaría abierta a la presentación de trabajos en otras áreas que tienen interacción directa con la Geometría, como Física (Teoría de Cuerdas, Sistemas Integrables), Representaciones (Teoría de Lie, D-Módulos, Haces Perversos), Códigos y Criptografía (Curvas Algebraicas sobre campos finitos), y tópicos de interés para la sociedad en general, tales como educación, arquitectura, ingeniería y tecnología médica.

## FUNCIONES ELÍPTICAS Y GEOMETRÍA

Cristhian Cobos • Universidad Central del Ecuador, Ecuador • cncobos@uce.edu.ec

Observamos un tipo especial de funciones que están definidas desde  $\mathbb{C}$  hacia la esfera de Riemann ( $\hat{\mathbb{C}}$ ) las cuales son meromorfas y doblemente periódicas estas funciones son denominadas elípticas, en otras palabras, para una función elíptica  $f$  se tiene

$$f(z) = f(z + \omega), \forall \omega \in \Omega, \forall z \in \mathbb{C},$$

donde  $\Omega$  se denomina lattice (o retículo) y es el subgrupo aditivo de  $\mathbb{C}$  generado por los periodos  $\{\omega_1, \omega_2\}$  de  $f$ . Además, sobre la lattice  $\Omega$  se estudia la relación con el polígono fundamental y el toro complejo  $\mathbb{C}/\Omega$ .

Investigamos la construcción de funciones elípticas de diferentes órdenes cuando se conoce su parte principal o bien si sus ceros y polos son conocidos y cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para su existencia. En particular, nos enfocamos en la función  $P$  de Weierstrass ( $\wp$ ) y su importancia en el campo de funciones elípticas junto con las curvas elípticas.

### Referencias

- [1] JONES, Gareth and SINGERMAN David, *Complex Functions - An algebraic and geometric viewpoint*, Cambridge University Press, 1987.
- [2] LANG Serge, *Elliptic Functions*, Department of Mathematics, Yale University, Second Edition, Springer, 1987.
- [3] MIRANDA, Rick, *Algebraic curves and Riemann surfaces*, Grad. Studies in Maths., vol. 5, American Math. Society, 1997.

## LA APLICACIÓN DE GAUSS OCTONIÓNICA: UNA INTERSECCIÓN ENTRE GEOMETRÍA DIFERENCIAL Y ÁLGEBRA

Daniel Bustos • Universidad Nacional abierta y a Distancia, Colombia •  
daniel.bustos@unad.edu.co

En esta ponencia usamos la multiplicación de los octoniones  $\mathbb{O}$  para definir una aplicación de Gauss sobre hipersuperficies orientables de las esferas  $\mathbb{S}^k$ , con  $k = 3, 4, 5, 6$  y  $7$ . Mostramos una versión de este caso del Teorema de Ruh-Vilms [2] que relaciona la armonicidad de la aplicación de Gauss con las subvariedades con curvatura media paralelo, precisamente, mostramos que la armonicidad de la aplicación de Gauss octoniónica ocurre exactamente en superficies con curvatura media constante. Parte de los resultados presentados en esta ponencia se encuentran en [2].

## Referencias

- [1] E. Ruh and J. Vilms. The tension field of the Gauss map. *Trans. of the AMS* Vol. **149**, (1979) 569–573.
- [2] D. Bustos and J. Ripoll. Harmonic Gauss maps of Submanifolds of arbitrary co-dimension of the euclidean space an sphere and some applications. *To appear on Mathematische Nachrichten*. ArXiv: 1909.06617.

## TESELACIÓN EN LA ESFERA 2–DIMENSIONAL

Danny Tambaco • Universidad Central del Ecuador, Ecuador • dptambaco@uce.edu.ec

En términos generales, una Teselación es una familia de polígonos que cubre una superficie de tal forma que estos se intersecan solo en vértices y bordes.

La partición de un polígono esférico  $X$  mediante isometrías definidas en sus bordes, produce un espacio métrico partición, que es localmente isométrico a la superficie esférica  $S^2 := \{P \in \mathbb{R}^3 : |P| = 1\}$ . El espacio producido resume información de las características del polígono  $X$ , con el cual se realiza la Teselación de la esfera  $S^2$ . Dicha información, se basa en la geometría local y la completitud del espacio métrico.

En esta charla se intenta exponer visualmente el uso de estos dos aspectos del espacio partición, para llevar a cabo la Teselación de  $S^2$  asociada al polígono  $X$ . Este trabajo corresponde a la tesis [2] y es un desglose de afirmaciones obtenidas de [1].

## Referencias

- [1] Bonahon, Francis. *Low-dimensional geometry: From Euclidean surfaces to hyperbolic knots*. Vol. 49. American Mathematical Soc., 2009.
- [2] Tambaco, Danny. *Demostración detallada del Teorema de Teselación en  $S^2$* , Tesis de pregrado, UCE- Facultad de Ciencias, Quito, 2020.

## CURVAS CON NODOS

Edwin Cruz – Juan García– Sergio Troncoso • Universidad Central del Ecuador, Ecuador – Universidad Central del Ecuador, Ecuador – Universidad Técnica Federico Santa María, Chile • efcruz@uce.edu.ec – jcgarcian@uce.edu.ec – sergio.troncosoi@usm.cl

*Facultad de Ciencias–Facultad de Ciencias–Departamento de Matemáticas*

Sea  $d \geq n \geq 2$  y  $m = \left\lfloor \frac{d-1}{n-1} \right\rfloor$ , entonces la cota de Castelnuovo está dada por  $C(d, n) := m(2d - 2 - (n - 1)(m + 1))/2$ . En esta charla se desarrolla la construcción de curvas algebraicas irreducibles no degeneradas de grado  $d \geq n$ , en  $\mathbb{P}^n$  con  $\delta$  nodos reales y ningún otro punto singular para todo  $\delta$  menor o igual que  $C(d, n)$ . La construcción se basa principalmente en el uso de las curvas de Lissajous y el método de simplificación de nodos. Los resultados presentados en esta charla se encuentran en [1].

## Referencias

- [1] Pecker, Daniel. *Simple constructions of algebraic curves with nodes*. *Compositio Mathematica*, tome 87, no. 1, (1993), 1-4.

## ISOESPECTRALIDAD EN ESPACIOS SIMÉTRICOS

Juan Rodríguez – Emilio Lauret • Pontificia Universidad Javeriana, Colombia – Universidad Nacional del Sur, Argentina • [js.rodriguez@javeriana.edu.co](mailto:js.rodriguez@javeriana.edu.co) - [emilio.lauret@uns.edu.ar](mailto:emilio.lauret@uns.edu.ar)

Dada una variedad Riemanniana  $(M, g)$  definimos su espectro como el espectro del operador de Laplace–Beltrami  $\Delta_g$  y lo denotamos por  $\text{Spec}(M, g)$ . Decimos que dos variedades Riemannianas  $(M_1, g_1)$  y  $(M_2, g_2)$  son isoespectrales si  $\text{Spec}(M_1, g_1) = \text{Spec}(M_2, g_2)$ . Una problema fundamental en geometría espectral es describir la clase de isoespectralidad de variedades Riemannianas distinguidas (espacios simétricos, variedades homogéneas, etc).

En esta charla estudiamos las variedades subyacentes a los espacios simétricos  $\text{SO}(2n + 2)/\text{U}(n + 1)$  y  $\text{SU}(2n + 2)/\text{Sp}(n + 1)$ . En cada una de estas variedades consideramos una familia de métricas homogéneas distinguidas. Utilizando técnicas de teoría de Lie descritas en [BLP21] y [BLP22] calculamos el espectro de cada una de estas familias y para el caso de  $\text{SO}(2n + 2)/\text{U}(n + 1)$  probamos un resultado de unicidad espectral.

## Referencias

- [BLP21] R. BETTIOL, E.A. LAURET, P. PICCIONE. *The first eigenvalue of a homogeneous CROSS*. *J. Geom. Anal.* **32** (2022), 76. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12220-021-00826-7>
- [BLP22] R. BETTIOL, E.A. LAURET, P. PICCIONE. *Full Laplace spectrum of distance spheres in symmetric spaces of rank one*. *Bull. Lond. Math. Soc.* in press (2022). <http://arxiv.org/abs/2012.02349> arXiv:2012.02349 (2020).

## TEOREMA DE PUNTO FIJO COMÚN PARA FUNCIONES OCASIONALMENTE DÉBILMENTE COMPATIBLES SATISFACIENDO UNA CONDICIÓN CONTRACTIVA CON ALTERACIÓN DE DISTANCIA

Orlin Rivas – Wilmer Barrera • Instituto de Posgrado, Universidad Técnica de Manabí, Ecuador – Instituto de Ciencias Básicas, Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad Técnica de Manabí, Ecuador • [eorr3378@utm.edu.ec](mailto:eorr3378@utm.edu.ec) - [wilmer.barrera@utm.edu.ec](mailto:wilmer.barrera@utm.edu.ec)

Uno de los resultados sobre puntos fijos en común es presentado en 1976. En 2010 se prueba un Teorema donde la completitud del espacio, la contención entre rangos, no son imprescindibles. En 2012 se usó la noción de funciones compatibles junto con desigualdades contractivas donde intervienen funciones que alteran distancia. El **objetivo** de este trabajo es extender la teoría de punto fijo en común para funciones ocasionalmente débilmente compatibles definida sobre un espacio métrico no necesariamente completo, usando desigualdades contractivas que depende de funciones que altera distancia y bajo estas condiciones garantizar la existencia y unicidad de punto fijo en común. **La metodología** aplicada está determinada de acuerdo con la naturaleza del estudio, se realizó de tipo descriptivo, por el nivel de descripción de teoremas y conceptualizaciones involucrados en este trabajo que acercaron indicios científicos para el desarrollo del mismo, así como también de tipo explicativo por el nivel de caracterización al que llevó cada uno de los componentes del nuevo teorema. **Resultado:** Se probó que, si  $f, g : (X, d) \rightarrow (X, d)$  son funciones ocasionalmente débilmente compatible con al menos un punto de coincidencia, para las cuales se cumple la siguiente desigualdad contractiva:  $\psi(d(g(x), g(y))) \leq \alpha(d(f(x), f(y))) \psi(d(f(x), f(y))) \forall x, y \in X$ . Siendo  $\alpha : \mathbb{R}_+ \rightarrow [0, 1)$  y  $\psi$  es una función que altera distancia, entonces  $f$  y  $g$  tienen un único punto fijo en común. Este resultado generaliza varios teoremas de la literatura clásica, alguno de los cuales fueron probados en el año 2021. Además, con este teorema no se necesita condición de continuidad de las funciones, contención entre los rangos, conmutatividad de las funciones y ninguna condición de completitud del espacio métrico.

## Referencias

- [1] Banach, S. (1922). Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. *EuDML*, 3(1), 133–181. <https://eudml.org/doc/213289>
- [2] Barrera, W. (2021). A common fixed point theorem for compatible mappings satisfying a contractive condition involving. *Bulletin of Computational Applied Mathematics*, 9(2), 3–57. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03571046>
- [3] Jungck, G. (1976). Commuting mappings and fixed points. *The American Mathematical Monthly*, 83(4), 261–263. <https://doi.org/10.2307/2318216>
- [4] Kumar, S. (2010). A note on jungck's fixed point theorem. *FASCICULI MATHEMATICI*(45), 59–69.
- [5] Morales, J., and Rojas, E. (2012). Some generalizations of jungck's fixed point theorem. *International Journal of Mathematics*, 2012, 1–19. <https://doi.org/10.1155/2012/213876>

La conjetura Strominger-Yau-Zaslow (SYZ) [7] es una propuesta al estudio de la simetría especular (“mirror symmetry”). Esta conjetura nos dice que la variedad especular (“mirror”) de una variedad Calabi-Yau puede ser construida dualizando una fibrición por subvariedades Lagrangianas tóricas especiales. Bajo esta premisa, se han buscado ejemplos de variedades que puedan ser fibradas por este tipo de subvariedades. En el presente trabajo construimos una fibrición Lagrangiana tórica especial en el complemento de un divisor de una deformación de una singularidad Gorenstein que satisface algunas hipótesis. Adicionalmente, las hipótesis van a garantizar que la deformación descrita es suave.

Dado un politopo reticulado  $Q \subset \mathbb{R}^n$  (vértices en  $\mathbb{Z}^n$ ), podemos considerar  $\sigma = C(Q) = \{\lambda \cdot (q, 1) \in \mathbb{R}^{n+1} | q \in Q, \lambda \geq 0\}$  el cono de  $Q$  en  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Como  $\sigma$  es un cono poliédrico convexo, podemos asociar una variedad algebraica tórica  $Y_\sigma$ , generalmente singular y llamada singularidad Gorenstein. En [1], Klaus Altmann demostró que el espacio de deformaciones de  $Y_\sigma$  puede ser descrita por medio de la decomposición de Minkowski del politopo  $Q$ . En este contexto, Mark Gross [4] construyó una fibrición Lagrangiana especial, con fibras difeomorfas a  $\mathbb{R} \times T^n$ , en la parte suave de la deformación  $Y_\epsilon$  dada en [1]. Esta construcción puede ser entendida por medio de una fibrición compleja  $\pi : Y_\epsilon \rightarrow \mathbb{C}$ , en donde la preimagen de un punto es isomorfo a  $(\mathbb{C}^*)^n$  excepto en  $k$  puntos singulares. En el Teorema 0.1, damos condiciones para las cuales tenemos conocimiento local de las singularidades de  $\pi$  y esto garantiza que  $Y_\epsilon$  es suave.

*Theorem 0.1.* Dadas ciertas restricciones en  $Q$ , una vecindad de las fibras singulares de  $\pi : Y_\epsilon \rightarrow \mathbb{C}$  es difeomorfa a  $x_0 \cdots x_m \subset \mathbb{C}^{m+1} \times (\mathbb{C}^*)^{n-m}$ , para algún  $m$ . En particular, las restricciones implican que  $Y_\epsilon$  es suave.

En [2][3], Dennis Auroux construyó una fibrición Lagrangiana tórica especial en el complemento de un divisor de  $\mathbb{C}^n$ . La fibrición mencionada es construida usando la fibrición compleja  $\pi : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}$  dada por  $\pi(x_1, \dots, x_n) = x_1 \cdots x_n$ . Bajo las condiciones del Teorema 0.1, podemos realizar una construcción análoga a la descrita por Auroux. Además, podemos analizar las singularidades de la fibrición Lagrangiana tórica especial usando como modelo local el trabajo de Auroux. La fibrición tórica singular admite una base convexa con cortes como en el trabajo de Margaret Symington [6]. Al estudiar las monodromías de esta fibrición Lagrangiana singular en  $Y_\epsilon$ , obtenemos el siguiente resultado:

*Theorem 0.2.* Existe una fibrición tórica singular en  $Y_\epsilon$  que puede ser representada por un diagrama convexo  $Y_\epsilon \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$  con cortes, la imagen del diagrama convexo tiene como imagen  $\sigma^\vee$  (el cono dual a  $\sigma$ ). Además, existe una familia a un parámetro de fibras monótonas en  $Y_\epsilon$ .

Estos resultados nos permiten realizar las siguientes aplicaciones inmediatas:



- Usando la fórmula de “wall-crossing”[5], podemos describir el superpotencial de la familia de un parámetro de fibras monótonas en términos de la decomposición de Minkowski de  $Q$ .
- Mostramos varios ejemplos de familias de toros monótonos no movible.

## Referencias

- [1] K. Altmann. The versal deformation of an isolated toric gorenstein singularity, *Inventiones mathematicae* **128** (1997), no. 3, 443–479.
- [2] D. Auroux. Mirror symmetry and t-duality in the complement of an anticanonical divisor, *Journal of Gokova Geometry Topology* **1** (2007), 51–91.
- [3] D. Auroux. Special lagrangian fibrations, wall-crossing, and mirror symmetry, arXiv preprint arXiv:0902.1595 (2009).
- [4] M. Gross. Examples of special lagrangian fibrations, *Symplectic geometry and mirror symmetry*, World Scientific, 2001, pp. 81–109.
- [5] J. Pascaleff and D. Tonkonog. The wall-crossing formula and lagrangian mutations, *Advances in Mathematics* **361** (2020).
- [6] M. Symington. Four dimensions from two in symplectic topology. *Topology and Geometry of Manifolds*, (athens, ga, 2001), 153–208, Proc. Sympos. PureMath, vol. 71.
- [7] A. Strominger, S. Yau, and E. Zaslow. Mirror symmetry is t-duality, *Nuclear Physics B* **479** (1996), no. 1-2, 243–259.

## SUPERFICIES DE RIEMANN SUPERELÍPTICAS GENERALIZADAS

Saúl Quispe – Rubén A. Hidalgo – Tony Shaska • Universidad de La Frontera Temuco, Chile – Universidad de La Frontera Temuco, Chile – Department of Mathematics and Statistics, Oakland University, Rochester, USA • saul.quispe@ufrontera.cl – ruben.hidalgo@ufrontera.cl – shaska@oakland.edu

Sea  $\mathcal{X}$  una superficie de Riemann cerrada de género  $g \geq 2$  y sea  $G = \text{Aut}(\mathcal{X})$  su grupo de automorfismos conformal. Sea  $\tau \in G$  un automorfismo  $n$ -gonal de  $\mathcal{X}$ , es decir, un automorfismo de orden  $n \geq 2$  tal que  $\mathcal{X}/\langle\tau\rangle$  tiene género cero. En esta charla, si  $N$  es el normalizador de  $\langle\tau\rangle$  en  $G$ , entonces proporcionamos las condiciones necesarias y suficientes para que  $\tau$  sea central en  $N$ , y también presentaremos descripciones algebraicas de  $\mathcal{X}$  y  $N$  en términos de  $N/\langle\tau\rangle$ .

Más aún, si  $\tau, \eta \in G$  son dos automorfismos  $n$ -gonales de  $\mathcal{X}$ , ambos centrales en  $G$ , entonces, salvo algunos casos excepcionales (que sólo ocurren para  $n$  par), obtenemos unicidad  $\langle\tau\rangle = \langle\eta\rangle$ . Además, observamos que (i) las superficies excepcionales se definen sobre su cuerpo de módulos y (ii) los casos no excepcionales se definen sobre su cuerpo de módulos si  $G/\langle\tau\rangle$  no es un grupo trivial o cíclico [1].

## Referencias

- [1] R. A. Hidalgo, S. Quispe and T. Shaska. Generalized superelliptic Riemann surfaces, Preprint 2022.
- [2] R. Horiuchi. Normal coverings of hyperelliptic Riemann surfaces. *J. Math. Kyoto Univ.* (JMKYAZ) **19** No. 3 (1979), 497–523.

## CONNECTIVITY OF THE REAL LOCUS IN MODULI SPACE $\mathcal{M}_{0,[n+1]}$

Yasmina Atarihuana – Rubén A. Hidalgo • Universidad Central del Ecuador, Ecuador •  
yfatarihuana@uce.edu.ec

Let  $\mathcal{M}_{0,[n+1]}$  be the moduli space of isomorphism classes of  $(n+1)$ -marked spheres, where  $n \geq 3$ . It is known that  $\mathcal{M}_{0,[n+1]}$  has a complex orbifold structure of dimension  $n-2$ . Moreover, the space  $\mathcal{M}_{0,[n+1]}$  admits a natural real structure  $\hat{J}$ , this being induced by the complex conjugation on the Riemann sphere. The fixed points of  $\hat{J}$  are called the real points and these points correspond to the classes of isomorphisms of marked spheres admitting an anticonformal automorphism. Inside this locus is the real locus  $\mathcal{M}_{0,[n+1]}^{\mathbb{R}}$ , consisting of those classes of marked spheres admitting an anticonformal involution.

Let us denote by  $\mathcal{B}_{0,[n+1]}$  the branch locus of  $\mathcal{M}_{0,[n+1]}$  (the isomorphism classes of those  $(n+1)$ -marked spheres with non-trivial group of conformal automorphisms). It is known that  $\mathcal{B}_{0,[4]} = \mathcal{M}_{0,[4]}$  (as any collection of four points in the Riemann sphere is invariant by a subgroup of Möbius transformations isomorphic to  $\mathbb{Z}_2^2$ ) and that  $\mathcal{B}_{0,[n+1]} \neq \mathcal{M}_{0,[n+1]}$  for  $n \geq 4$ .

The main aim of this talk is to observe the following:

1.  $\mathcal{B}_{0,[n+1]}$  is connected if either (i)  $n \geq 4$  is even or (ii) if  $n \geq 6$  is divisible by 3. It has exactly two connected components otherwise.
2.  $\mathcal{M}_{0,[n+1]}^{\mathbb{R}}$  is connected for  $n \geq 5$  odd. It is disconnected for  $n = 2r$  with  $r \geq 5$  odd.

The results presented in this paper are in [1].

## Referencias

- [1] Y. Atarihuana and R. A. Hidalgo. On the connectivity of the branch and real locus of  $\mathcal{M}_{0,[n+1]}$ . *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (RACSAM)*. DOI 10.1007/s13398-019-00669-6

## EL NÚMERO SIMÉTRICO CROSSCAP DEL GRUPO SEMI-DIHEDRAL GENERALIZADO

Yerika Marín – Rubén A. Hidalgo – Saúl Quispe • Universidad de La Frontera – Universidad de La Frontera – Universidad de La Frontera • yerika.marin@ufrontera.cl - ruben.hidalgo@ufrontera.cl - saul.quispe@ufrontera.cl

*Departamento de Matemática y Estadística*

Sea  $G_n = \langle x, y : x^{4n} = y^2 = 1, yxy = x^{2n-1} \rangle$  un grupo finito de orden  $8n$ , para  $n \geq 2$ , que es una generalización del grupo **semi-dihedral**. Es bien conocido que  $G_n$  actúa como grupo de automorfismos de alguna superficie de Klein cerrada [1]. El **número simétrico crosscap** (género imaginario) de  $G_n$  es el menor género topológico de superficies de Klein cerradas en las que  $G_n$  actúa [2, 4].

En esta charla describiremos las acciones del grupo  $G_n$  en superficies de Klein cerradas, y como consecuencia, obtenemos que el número simétrico crosscap de  $G_n$  es igual a  $2n + 2$  [3].

Esto es parte de mi Tesis doctoral, bajo la supervisión de Saúl Quispe y Rubén A. Hidalgo.

## Referencias

- [1] E. BUJALANCE, J. J. ETAYO, J. M. GAMBOA, G. GROMADZKI, *Automorphism groups of compact bordered Klein surfaces (A combinatorial approach)*. Lecture Notes in Mathematics, Vol. **1439**. Springer-Verlag, Berlin, (1990).
- [2] J. J. ETAYO, F. J. CIRRE, E. MARTÍNEZ, *The Symmetric Crosscap Number Of The Groups Of Small-Order*, Journal of Algebra and Its Applications **12**, (2013). no. 2, 1250164, 16 pp.
- [3] R. A. Hidalgo, Y. Marín Montilla and S. Quispe. *Generalized quasi-dihedral group as automorphism group of Riemann surfaces*, Preprint 2022.
- [4] C. L. MAY, *The symmetric crosscap number of a group*, Glasgow Math. J. **43**, (2001). no. 3, 399–410.

## **SESIÓN: Lógica, Matemática Discretas y Álgebra**

En esta sesión se expondrán comunicaciones orales breves sobre resultados originales recientes o trabajo en progreso en lógica matemática, matemáticas discretas y álgebra.

## FINITENESS PROPERTIES AND HOMOLOGICAL DIMENSIONS OF SKEW GROUP RINGS

Gubitosi Viviana – Parra Rafael • Universidad de la República, Uruguay – Universidad de la República, Uruguay • gubitosi@fing.edu.uy - rparra@fing.edu.uy

Sea  $G$  un grupo finito actuando en un anillo  $R$ . Empezaremos definiendo el anillo de grupo torcido  $RG$ . Si tomamos  $H$  un subgrupo de  $G$  y consideramos el anillo de grupo torcido  $RH$  podemos comparar algunas dimensiones homológicas de los anillos de grupo torcidos  $RG$  and  $RH$ . Con algunas hipótesis extra, podemos probar que los anillos de grupo torcido  $RG$  y  $RH$  comparten algunas propiedades como ser anillos  $n$ -Gorenstein o  $n$ -perfectos o  $n$ -coherentes, etc.

## ON THE $\mathbf{K}$ -THEORY OF $\mathbb{Z}$ -CATEGORIES

Parra Rafael – Ellis Eugenia • Universidad de la República, Uruguay – Universidad de la República, Uruguay • rparra@fing.edu.uy - eellis@fing.edu.uy

We relate the notions of Noetherian, regular coherent and regular  $n$ -coherent category for  $\mathbb{Z}$ -linear categories with finitely many objects with the corresponding notions for unital rings. We use this relation to obtain a vanishing negative  $K$ -theory of  $\mathbb{Z}$ -linear categories [1]

## Referencias

- [1] E. Ellis, R. Parra. On the  $\mathbf{K}$ -theory of  $\mathbb{Z}$ -categories. <https://arxiv.org/abs/2207.04918> 2022

## UNA TRIANGULACIÓN PARA EL ASOCIAEDRO

Rosero Pablo • Universidad Yachay Tech, Ecuador • prosero@yachytech.edu.ec

A finales de los años 50, Sugawara plantea y resuelve el problema de caracterización de espacios CW homotópicamente equivalentes a un espacio de lazos en [6] y [7]. Con el objetivo de simplificar este principio de reconocimiento, en 1961 J. Stasheff en [5] define al asociaedro y trabaja con homotopías superiores que caracterizan a la asociatividad módulo homotopía.

El asociaedro  $\mathbf{K}^n$  de dimensión  $n - 1$  es un polígono convexo, cuyos vértices están en correspondencia biyectiva con los árboles planares binarios (con raíz) de  $n + 1$  hojas y  $n$  vértices internos (ver [1]). J.-L. Loday describe en [2] una triangulación del asociaedro de dimensión  $n$  en  $(n + 1)^{n-1}$  simples y, señala que el número de símlices de su triangulación coincide con el número de funciones parking sobre el conjunto  $\{1, \dots, n - 1\}$ . Sin

embargo, Loday no obtiene una aplicación biyectiva explícita entre ambos conjuntos, la cual permitiría extraer explícitamente los vértices de dicha triangulación.

En esta presentación se detallan, de manera precisa, los símplexes que aparecen en la triangulación del asociaedro que plantea J.-L. Loday y, se construye una aplicación biyectiva entre el conjunto de símplexes de la triangulación y las funciones parking. Para construir dicha triangulación, mediante la teoría de sistemas de Coxeter, previamente se describe una triangulación para el permutaedro  $P^n$  en términos de cadenas de particiones anidadas de conjuntos finitos.

La triangulación del asociaedro se construye en términos de cadenas maximales de particiones no cruzadas,  $CM_n$ , al colapsar cada cara y vértice del permutaedro mediante la aplicación cociente que define A. Tonks en [3] sobre cadenas de particiones anidadas. En [4] se muestra que el conjunto  $CM_n$  está en biyección con las funciones parking. Con estas consideraciones, se construye una biyección entre los símplexes que aparecen en la triangulación del asociaedro y las funciones parking. Finalmente, se muestran algunos ejemplos para dimensiones bajas de las triangulaciones correspondientes.

## Referencias

- [1] Loday, J.L. (2005). The multiple facets of the associahedron. *Proc. 2005 Academy Coll. Series*.
- [2] Loday, J.L. (2007). Parking functions and triangulation of the associahedron. *Contemporary Mathematics*, 431:327-340.
- [3] Tonks, A. (1997). Relating the associahedron and the permutohedron. *Contemporary Mathematics*, 202:33-36.
- [4] McCammond, J. (2006). Noncrossing partitions in surprising locations. *The American Mathematical Monthly*, 113(7):598-610.
- [5] Stasheff, J. (1963). Homotopy associativity of h-spaces. ii. *Transactions of the American Mathematical Society*, 108(2):293-312.
- [6] Sugawara, M. (1957). On a condition that a space is an H-space. *Math. J. Okayama Univ*, 6, 109-129.
- [7] Sugawara, M. (1960). On the homotopy-commutativity of groups and loop spaces. *Memoirs of the College of Science, University of Kyoto. Series A: Mathematics*, 33(2), 257-269.

## COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL DE PROBLEMAS DE DISTRIBUCIÓN JUSTA DE RECURSOS DESDE EL PUNTO DE VISTA DESCRIPTIVO

Un problema computacional es básicamente un problema que puede ser resuelto a través de algún algoritmo, y la complejidad computacional de un algoritmo es la cantidad de recursos requeridos para ejecutarlo. Si comparamos a través de este concepto algoritmos que resuelven el mismo problema, es natural considerar más eficiente a aquel que utiliza menos recursos. De esta manera, la complejidad del algoritmo más eficiente que resuelve un problema constituye una medida de la dificultad, o complejidad computacional, de este último [1].

Ahora, los algoritmos suelen ser descritos a través de entradas y salidas. Los problemas de decisión son problemas computacionales cuyos algoritmos tienen como únicas posibles salidas respuestas “Sí” y “No”; así, estos problemas están conformados por las entradas, o instancias, positivas y negativas.

La teoría descriptiva de la complejidad computacional estudia la dificultad de los problemas computacionales con herramientas de la lógica matemática. Así por ejemplo, la clase NP, conformada por aquellos problemas de decisión cuyas soluciones pueden ser verificadas en tiempo polinomial por una máquina determinista de Turing, ha sido caracterizada como el conjunto de problemas que pueden ser descritos en la lógica existencial de segundo orden. Se observa que esta caracterización no hace mención alguna de máquinas o tiempo [2]. Así, la teoría descriptiva permite convertir los problemas, métodos, y resultados de la teoría de la complejidad computacional en nociones de la lógica, y viceversa, ampliando las posibilidades metodológicas para ambas [3].

En el área de distribución justa de recursos aparecen problemas computacionales. En general, se considera un conjunto de dos o más agentes y un conjunto de bienes; los bienes deben ser asignados a los agentes con criterios de eficiencia y/o justicia, usualmente matemáticamente formulados. Una vez declaradas las preferencias de los agentes con respecto a los paquetes de bienes, se puede exigir por ejemplo una asignación tal que ningún agente prefiera estrictamente, con respecto al suyo, el paquete asignado a otro agente; en este caso se considera que no existe resentimiento social o envidia [4].

Con estos antecedentes, se plantea el objetivo de estudiar problemas de distribución justa descritos en [4], caracterizando su complejidad usando fragmentos adecuados de la lógica de segundo orden, a diferencia de analizar la complejidad de algoritmos que los resuelvan. En todos los problemas que se analizará, la cuestión es la existencia de asignaciones eficientes y libres de envidia. Todos estos problemas son NP-hard vía reducciones polinomiales, es decir, dado cualquier problema de la clase de complejidad NP, y dado uno de los problemas que se analizará, existe una aplicación que transforma, en tiempo polinomial, cada instancia del primero en una instancia equivalente del segundo. En este proyecto, nuestro interés es demostrar que los problemas son NP-hard vía proyecciones de primer orden. Las proyecciones de primer orden son reducciones definibles con fórmulas lógicas y que poseen muy poco poder computacional: básicamente, cada bit de una instancia en la imagen de la aplicación depende a lo mucho de un bit de la instancia correspondiente en el dominio. Para probar NP-hardness en uno

de los casos, introducimos una modificación de la definición de superfluidad encontrada en [5].

## Referencias

- [1] Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). *Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness*. W. H. Freeman.
- [2] Immerman, N. (1999). *Descriptive complexity*. Springer.
- [3] Ebbinghaus, H.-D., & Flum, J. (1999). *Finite model theory* (2nd rev. and enl. ed). Springer.
- [4] Bouveret, S., & Lang, J. (2008). Efficiency and envy-freeness in fair division of indivisible goods: Logical representation and complexity. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 32, 525-564. <https://doi.org/10.1613/jair.2467>
- [5] Borges, N., & Bonet, B. (2014). Universal first-order logic is superfluous for NL, P, NP and co NP. *Logical Methods in Computer Science*, 10(1), 15. [https://doi.org/10.2168/LMCS-10\(1:15\)2014](https://doi.org/10.2168/LMCS-10(1:15)2014)

## EL POSET DE CLASES DE ISOMORFISMO DE CÓDIGOS PERFECTOS EN LA MÉTRICA DEL MÁXIMO

Qureshi, Claudio – Costa, Sueli • Universidad de la República, Uruguay – Universidade Estadual de Campinas, Brasil • [cqureshi@fing.edu.uy](mailto:cqureshi@fing.edu.uy) - [sueli@unicamp.br](mailto:sueli@unicamp.br)

En este trabajo consideraremos para cada  $n, e, q \in \mathbb{Z}^+$  el conjunto de códigos  $e$ -perfectos  $C \subseteq \mathbb{Z}_q^n$  con respecto a la métrica del máximo (i.e.  $C$  es un subgrupo de  $\mathbb{Z}_q^n$  que verifica  $\mathbb{Z}_q^n = C \oplus [-e, e]^n$ ) y el conjunto  $V$  de todas las clases de isomorfismo representadas por dichos códigos. El conjunto  $I$  está contenido en el conjunto  $\text{Ab}(t^n)$  de clases de isomorfismo de grupos abelianos de orden  $t^n$ , donde  $t$  es un entero tal que  $q = (2e + 1)t$ . Este último tiene estructura natural de conjunto parcialmente ordenado (o poset) donde el representante cíclico es un elemento maximal. Nuestro resultado principal es que bajo ciertas condiciones  $I$  es un ideal de  $\text{Ab}(t^n)$  y conjeturamos que esto siempre ocurre. Códigos en la métrica del máximo (o Chebyshev) ya fueron estudiados en el contexto de códigos correctores de errores en [1, 2, 3], principalmente en el contexto de códigos de modulación graduada.

Este es un artículo en desarrollo con colaboración de la prof. Sueli Costa de la Unicamp y viene motivado por una conjetura de Horak sobre códigos perfectos en la métrica de Lee ([4], Conjetura 10).



## Referencias

- [1] T. Klove, T. Lin, D. Tsai, W. Tzeng. Permutation arrays under the Chebyshev distance, *IEEE Trans. on Inf. Th.* Vol. **56(6)**, (2010) 2611–2617.
- [2] M. Shieh, S. Tsai. Decoding frequency permutation arrays under Chebyshev distance, *IEEE Trans. on Inf. Th.* Vol. **56(11)**, (2010) 5730–5737.
- [3] I. Tamo, M. Schwartz. Correcting limited-magnitude errors in the rank-modulation scheme, *IEEE Trans. on Inf. Th.* Vol. **56(6)**, (2010) 2551–2560.
- [4] Horak, Peter, and Otokar Grosek. A new approach towards the Golomb–Welch conjecture. *European Journal of Combinatorics.* Vol. **38**, (2004) 12–22.

## ALGUNOS VALORES DE LA CONSTANTE DE HARBORTH PARA GRUPOS ABELIANOS FINITOS

Marchan Luz Elimar • Escuela Superior Politécnica del Litoral • lmarchan@espol.edu.ec

Sea  $(G, +, 0)$  un grupo abeliano finito de orden  $|G|$ . La constante de Harborth de  $G$ , denotada  $g(G)$ , es el menor entero positivo  $t$  tal que todo subconjunto  $A$  de  $G$  de cardinalidad  $|A| \geq t$  contiene un subconjunto de cardinalidad  $\exp(G)$  cuyos elementos tienen suma 0. Esta constante fue introducida por Harborth [3] motivado por un problema en geometría finita y su valor es conocido para pocos tipos de grupos. Inicialmente, Harborth calculó el valor de la constante para grupos cíclicos y para 3-grupos elementales. Para los grupos de exponente dos es fácil ver que  $g(G) = |G| + 1$  ya que la suma de dos elementos distintos nunca es 0. En [4] Kemnitz determinó  $g(C_p \oplus C_p)$  para  $p \in \{3, 5, 7\}$  y en [1] se determinó para  $p \geq 47$ . En [5] se calculó  $g(C_2 \oplus C_{2n})$ , con  $n \in \mathbb{N}$ , y en [2]  $g(C_3 \oplus C_{3p})$ , con  $p$  primo. En este trabajo se presenta el valor exacto y se dan algunas estimaciones de esta constante para algunos grupos de la forma  $C_2^t \oplus C_4$ .

## Referencias

- [1] Gao and R. Thangadurai. A variant of Kemnitz conjecture. *Journal of Combinatorial Theory, Series A* 107 Vol. **1**, (2004) 69–86.
- [2] P. Guillot, L. Marchan, O. Ordaz, W. Schmid and H. Zerdoum. On the Harborth constant of  $C_3 \oplus C_{3p}$ . *Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux* Vol. **31**, (2019) 613–633.
- [3] H. Harborth. Ein Extremalproblem für Gitterpunkte. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 262, (1973) 356–360.
- [4] A. Kemnitz. On a lattice point problem. *Ars Combin.* 16B, (1983) 151–160.

- [5] L. Marchan, O. Ordaz, D. Ramos, W. A. Schmid. Some exact values of the Harborth constant and its plus-minus weighted analogue. *Archiv der Mathematik* 101, (2013) 501–512.

## CONMUTATIVIDAD PARA COHOMOLOGÍA DE HOCHSCHILD EN CATEGORÍAS TRENZADAS

Cóppola Javier – Solotar, Andrea • Universidad de la República, Uruguay – Universidad de Buenos Aires, Argentina • jcoppola@fing.edu.uy - asolotar@dm.uba.ar

Es sabido que la cohomología de Hochschild de un álgebra de Hopf a coeficientes constantes es un álgebra conmutativa graduada. Las álgebras de Nichols, herramienta importante para la clasificación de álgebras de Hopf, son álgebras de Hopf trenzadas en una categoría de módulos de Yetter-Drinfeld. Para la cohomología de Hochschild de estas álgebras, Mastnak, Pevtsova, Schauenburg y Witherspoon introducen y prueban la propiedad llamada conmutatividad graduada trenzada. Por otro lado, el concepto de categoría duoidal introducido por Aguiar y Mahajan, es un marco más general que las categorías trenzadas que permite trabajar en la categoría de bimódulos sobre un álgebra de Hopf trenzada. En este trabajo usamos dicha herramienta para probar la conmutatividad graduada trenzada de la cohomología de Hochschild, para una familia de álgebras de Hopf trenzadas más amplia, que incluye entre otras al Plano de Jordan y al Superplano de Jordan.

### Referencias

- [1] Mastnak, M., Pevtsova, J., Schauenburg, P., Witherspoon, S. (2010). Cohomology of finite-dimensional pointed Hopf algebras. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 100(2), 377-404.
- [2] Aguiar, M., Mahajan, S. A. (2010). *Monoidal functors, species and Hopf algebras* (Vol. 29). Providence, RI: American Mathematical Society.

## MÉTRICAS GENERALIZADAS PARA RESOLVER UN PROBLEMA ALGEBRAICO

Pazmiño David – Larose Benoit – Kunos Adam • Université du Québec à Montréal, Canadá – Champlain Regional College, Canadá – Universidad de Szeged, Hungría •  
matematicoloco@hotmail.com - larose.benoit.2@uqam.ca - akunos@math.u-szeged.hu

Un  $n$ -polimorfismo de un digrafo reflexivo  $G$  es un morfismo de  $G^n$  a  $G$ . Claramente existen polimorfismos sobreyectivos como las proyecciones o cualquier otra función esencialmente unaria (que depende sólo de una variable). Los polimorfismos sobreyectivos de estructuras relacionales finitas juegan un rol central en el estudio de la complejidad algorítmica del problema cuantizado de satisfacción de restricciones (QCSP)[5].

Se dice que un digrafo  $G$  satisface la condición de  $n$ -Slupecki si sólo admite los tipos de polimorfismos sobreyectivos antes mencionados (en cierto modo triviales). Es conocido que ciertos digrafos particulares como las coronas o los ciclos simétricos satisfacen dicha condición, mientras que por ejemplo digrafos contractibles no la satisfacen. En la charla se mostrará [1] que todo grafo que triangula  $S^1$ , al igual que todo conjunto ordenado que triangula espacios de la forma  $S^1 \vee S^1 \cdots \vee S^1$  satisface la condición de Slupecki, sin embargo esto no es cierto para triangulaciones de  $S^2$ . Para obtener tales resultados, se emplean métodos topológicos además de métricas generalizadas para digrafos a valores en un álgebra de Heyting descritas en [4].

## Referencias

- [1] I. Larivière, B. Larose and D-E. Pazmiño Pullas. Surjective Polymorphisms of directed reflexive cycles *arXiv:2206.11390* (2022).
- [2] A. Fearnley. The clone of operations preserving a cycle with loops. *Algebra Universalis* Vol.60(1), (2009) 91–106.
- [3] A. Kunos, B. Larose and D-E Pazmiño Pullas. Slupecki reflexive digraphs. *In preparation*. (2022).
- [4] M. Kabil and M. Pouzet. Generalized metric spaces. Relations with graphs, ordered sets and automata : A survey *arXiv: Combinatorics* (2020).
- [5] F. Börner, A. Bulatov, H. Chen, P. Jeavons, and A. Krokhin. The complexity of constraint satisfaction games and QCSP. *Inf. Comput.* Vol. 207(9), (2009) 923–944.

## UN NUEVO TIPO DE OPERADORES DE CAMBIO DE CONOCIMIENTO

Borges, Nerio – Pino Pérez Ramón • Universidad Yachay Tech, Ecuador – Universidad de Artois, Francia • nborges@yachaytech.edu.ec - ramon.pinoperez@univ-artois.fr

El objetivo de toda teoría epistémica es estudiar cómo cambian los estados epistémicos de un agente frente a los insumos epistémicos que le presenta el medio [4]. En diferentes marcos teóricos estados e insumos epistémicos tienen diferentes representaciones: en el marco AGM [1] los estados se representan mediante teorías y los insumos mediante fórmulas de la lógica proposicional. Katsuno y Meldelzon [5] representan tanto estados como insumos mediante fórmulas de alguna lógica proposicional finita. En el

trabajo de Pearl y Darwiche [3] los insumos son fórmulas proposicionales, pero los estados pasan a tener una representación más abstracta. Finalmente, en enfoques posteriores se sigue manteniendo este paradigma.

Esta ponencia está parcialmente basada en [2], donde representamos los estados e insumos epistémicos por funciones de ranking de tres niveles y caracterizamos sintácticamente en una lógica modal trivaluada estados e insumos epistémicos y los operadores de cambio de conocimiento. También en esta charla proponemos una extensión de esta teoría a funciones de ranking de más de tres niveles.

## Referencias

- [1] Alchourrón, C. E., Gärdenfors, P., & Makinson, D. (1985). On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *The journal of symbolic logic*, 50(2), 510-530.
- [2] Borges, N., & Pérez, R. P. (2020). Belief change and 3-valued logics: Characterization of 19,683 belief change operators. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 69, 657-685.
- [3] Darwiche, A., & Pearl, J. (1997). On the logic of iterated belief revision. *Artificial intelligence*, 89(1-2), 1-29.
- [4] Gärdenfors, P. (1988). Knowledge in flux: Modeling the dynamics of epistemic states. The MIT press.
- [5] Katsuno, H., & Mendelzon, A. O. (1991). Propositional knowledge base revision and minimal change. *Artificial Intelligence*, 52(3), 263-294.

## ALGUNOS RESULTADOS DE DECIBILIDAD SOBRE PROBLEMAS DE DERIVACIÓN SEMÁNTICA

Pin Edwin – FIGUEIRA, SANTIAGO – FIGUEIRA, DIEGO • Universidad de Buenos Aires, Argentina – Universidad de Buenos Aires, Argentina – Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique, Francia • epin@dc.uba.ar - sfigueira@dc.uba.ar - dfigueir@labri.fr

El problema *Ontology Mediated Query Answering*, OMQA de ahora en adelante, surge como una técnica para estudiar la posibilidad de derivar semánticamente una fórmula perteneciente a un lenguaje de consulta, a partir de un conjunto de reglas regidas por una ontología. En la terminología usual empleada en áreas como Teoría de Bases de Datos o Representación del Conocimiento, OMQA generaliza la tarea de responder consultas, pero ahora sobre ciertos modelos de interés cuya estructuración está descrita mediante una lógica.

OMQA se ha estudiado ampliamente a lo largo de los años para distintos tipos de lógicas, por lo que conviene analizar el problema de manera parametrizada: OMQA( $\mathcal{Q}, \mathcal{L}$ )

denota el problema OMQA cuando las consultas se instancian sobre el lenguaje  $\mathcal{Q}$  y las restricciones ontológicas sobre el lenguaje  $\mathcal{L}$ . Bajo estas consideraciones se consiguen los siguientes trabajos: OMQA sobre Description Logics [3]; en el contexto de bases de datos relacionales, OMQA sobre Integrity Constraints y Conjunctive Queries [4]; en el contexto de bases de datos con forma de grafos, OMQA sobre Regular Path Expressions [5], etc.

Otro enfoque de gran interés es Finite OMQA, FOMQA en adelante, que restringe la derivación de la consulta sobre modelos finitos. En general, FOMQA suele ser un problema cuya decidibilidad es más difícil de probar que la de OMQA, por lo que ambos problemas se analizan de forma independiente. Un criterio interesante para obtener la computabilidad de FOMQA a partir de la de OMQA es cuando ambos problemas constan de las mismas instancias. Esta propiedad se denomina *controlabilidad finita* y en [1] se clasifican todos los casos cuando  $\text{OMQA}(\mathcal{Q}, \mathcal{L}) = \text{FOMQA}(\mathcal{Q}, \mathcal{L})$ , donde  $\mathcal{Q}$  es un conjunto de UCRPQs (union of conjunctive regular path queries) caracterizado por propiedades topológicas y  $\mathcal{L}$  es un fragmento de GNFO (guarded negation first order logic). Para la obtención de este resultado se usaron varias propiedades importantes tales como: GNFO es decidible, tiene la propiedad de satisfacibilidad finita y su problema de satisfacibilidad asociado es decidible [2].

Motivados por las técnicas usadas en [1] y varias propiedades interesantes del fragmento Monádico de la Lógica de Segundo Orden (MSO) [6], planteamos el problema CC-OMQA, que se define como OMQA sobre una ontología que describe modelos (posiblemente infinitos) con forma de grafos y que exige o impide (1) la aparición de ciclos etiquetados con una palabra proveniente de un lenguaje regular (cycle constraints) y (2) la aparición de caminos infinitos etiquetados con una palabra de un lenguaje  $\omega$ -regular ( $\omega$ -regular path constraints), lo que determina nuevas lógicas  $\mathcal{L}$ , denotadas *cc- $\mathcal{ALC}$*  y  *$\omega$ -cc- $\mathcal{ALC}$*  y que extienden a  $\mathcal{ALC}$ , una clase particular de fórmulas correspondientes a la lógica de descripción. Para el lenguaje de consulta  $\mathcal{Q}$  hemos considerado UCQs (union of conjunctive queries). Con esta idea en mente, construimos una reducción de CC-OMQA al problema de satisfacibilidad de MSO sobre estructuras con forma de árboles para obtener su decidibilidad. Como aplicación de este resultado, obtenemos de manera natural la decidibilidad de  $\text{FOMQA}(\mathcal{Q}, \mathcal{L})$ , con  $\mathcal{Q} \subseteq \text{UCQ}$  y  $\mathcal{L} \subseteq \text{cc-}\mathcal{ALC}$ , cuando instanciamos los lenguajes  $\omega$ -regulares en CC-OMQA adecuadamente.

## Referencias

- [1] D. Figueira, S. Figueira and E. Pin. Finite Controllability for Ontology-Mediated Query Answering of CRPQ. *17th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning*. **KR2020**, (2020).
- [2] V. Bárány, B. Ten Cate and L. Segoufin. Guarded Negation. *Journal of the ACM*. Vol. **63-3**, pp 1–26, (2015).
- [3] M. Bienvenu and M. Ortiz. Ontology-Mediated Query Answering with Data-Tractable Description Logics. *Web Logic Rules. Reasoning Web 2015*. Vol. **9203**, (2015).

- [4] M. Arenas, L. Bertossi and J. Chomicki. Answer sets for consistent query answering in inconsistent databases. *Cambridge University Press*. TLP **3**, pp 393–424, (2003).
- [5] P. Barceló and G. Fontaine. On the data complexity of consistent query answering over graph databases. *Journal of Computer and System Sciences*. Vol. **878**, pp 164–194, (2017).
- [6] I. Walukiewicz. Monadic second-order logic on tree-like structures. *Theoretical Computer Science*. Vol. **275**, pp 311–346, (2002).

## FUNCIONES DE UTILIDAD BINARIAS GENERALIZADAS

Camacho Franklin – DELGADO FONSECA, RIGOBERTO – PINO PÉREZ, RAMÓN – TAPIA, GUIDO • Universidad Yachay Tech, Ecuador – Universidad Yachay Tech, Ecuador – Centre de Recherche en Informatique de Lens, Université d'Artois, Francia – Universidad Yachay Tech, Ecuador • fcamacho@yachaytech.edu.ec - rfonseca@yachaytech.edu.ec - pinoperez@cril.fr - guido.tapia@yachaytech.edu.ec

El problema de encontrar asignaciones de bienes indivisibles libres de envidia no siempre se puede resolver; por lo tanto, es común estudiar algunas relajaciones como libre de envidia hasta un bien (EF1) y libre de envidia hasta cualquier bien valorado positivamente (EFX) [1]. Otra propiedad de interés para la eficiencia de una asignación es la Optimalidad de Pareto (PO). Bajo funciones de utilidad aditivas para bienes, es posible encontrar EF1 y PO asignaciones usando el bienestar social de Nash [2]. Sin embargo, encontrar una asignación que maximice el bienestar social de Nash es un problema computacionalmente costoso. Maximizar el bienestar social utilitario sujeto a las restricciones EF1 es un problema NP-completo para el caso donde participan tres o más agentes [3]. En este trabajo, se propone un caso restringido de funciones de utilidad aditivas llamadas funciones de utilidad binarias generalizadas. Las utilidades propuestas son una generalización de utilidades binarias e idénticas simultáneamente. En este escenario, se presenta un algoritmo de tiempo polinomial que maximiza el bienestar social utilitario y, al mismo tiempo, produce una asignación de EF1 y PO tanto para bienes como para tareas. Además, una ligera modificación del algoritmo da una asignación EFX.

## Referencias

- [1] Barman, S., Krishnamurthy, S. and Vaish, R. (2018). Greedy Algorithms for Maximizing Nash Social Welfare. *Proceedings of the 17th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems*. (7) 7-13.
- [2] Caragiannis, I., Kurokawa, D., Moulin, H., Procaccia, A. and Shah, N. and Wang, J. (2019). The Unreasonable Fairness of Maximum Nash Welfare. *ACM Trans. Econ. Comput.* (12) 1-32.

- [3] de Keijzer, B., Bouveret, S., Klos, T., and Zhang, Y. (2009). On the Complexity of Efficiency and Envy-Freeness in Fair Division of Indivisible Goods with Additive Preferences. *Algorithmic Decision Theory*. 98–110.

## POLINOMIOS DE FIBONACCI Y LUCAS MEDIANTE GRAMÁTICAS

Triana Juan • Universitaria Agustiniiana, Colombia • juang.triana@uniagustiniana.edu.co

Los conceptos de función formal y operador derivada formal fueron presentados en [1] para el estudio de series de potencias, dando origen a un cálculo gramatical con múltiples aplicaciones en combinatoria [2, 3, 4]. Dado un alfabeto  $\Sigma$  se define una función formal de la siguiente manera: cada  $x \in \Sigma$  es una función formal; si  $u$  y  $v$  son funciones formales, entonces  $u + v$  y  $uv$  son funciones formales; si  $f(x)$  es una función analítica, y  $u$  es una función formal, entonces  $f(u)$  es una función formal; cada función formal es construida a partir de un número finito de pasos, cf. [4].

Dado un alfabeto  $\Sigma$  y un conjunto  $G$  de reglas de producción de la forma  $a \rightarrow u$ , donde  $a \in \Sigma$  y  $u$  es una función formal, se define el operador derivada formal  $D$ , con respecto a  $G$ , de tal forma que  $D(b) = v$  si existe en  $G$  una producción tal que  $b \rightarrow v$ ; en otro caso  $D(b) = 0$ . En teoría de la computación las producciones  $a \rightarrow u$  se denominan independientes del contexto, razón por la cual se dice que el conjunto de producciones  $G$  es una gramática independiente del contexto; por lo anterior, en la literatura especializada se dice que el operador derivada formal se define con respecto a gramáticas independientes del contexto. No sobra destacar que esta definición puede extenderse a otros tipos de gramáticas, cf. [5].

En esta charla, se presenta como generar los polinomios de Fibonacci y Lucas mediante el operador derivada formal, definido con respecto a gramáticas independientes del contexto. Como resultado principal, se muestra una demostración mediante gramáticas de la identidad de  $m$  términos de Honsberger, para polinomios de Fibonacci y de Lucas.

## Referencias

- [1] W. Chen. Context-free grammars, differential operators and formal power series. *Theor. Comput. Sci.* Vol. **117**, (1993) 113-129.
- [2] W. Chen and A. Fu. Context-free grammars for permutations and increasing trees. *Adv. Appl. Math.* Vol. **82**, (2017) 58-82.
- [3] S. Ma, Jun. Ma, Y. Yeh and B. Zhu. Context-free grammars for several polynomials associated with Eulerian polynomials. *European J. Combin.* Vol. **25**(1), (2018) #P1.31.
- [4] J. Triana and R. De Castro. The formal derivative operator and multifactorial numbers. *Rev. Colombiana Mat.* Vol. **53**(2), (2019) 125-137.

- [5] J. Triana and R. De Castro. Grammars and multifactorial numbers. *Glob. J. Pure Appl. Math.* Vol. 15(3), (2019) 251-259.

## REPRESENTATION THEORY AND THE DIAGONAL COINVARIANT RING FOR THE TYPE B WEYL GROUP

Ajila Carlos – GRIFFETH, STEPHEN • Universidad de Talca, Chile – Universidad de Talca, Chile •  
carlos.ajila@utalca.cl - sgriffeth@utalca.cl

Dado un grupo de reflexiones complejas  $W$  finito, actuando por automorfismos sobre un  $\mathbb{C}$ -espacio vectorial  $\mathfrak{h}$  de dimensión finita, el cociente del anillo de funciones polinomiales  $\mathbb{C}[\mathfrak{h} \oplus \mathfrak{h}^*]$  por el ideal generado por los invariantes  $\mathbb{C}[\mathfrak{h} \oplus \mathfrak{h}^*]_+^W$  sin término constante, se denomina el *anillo de coinvariantes diagonales* de  $W$  y se denota por  $R_W$ . En [4], M. Haiman dio una serie de conjeturas, en particular que, para el caso cuando  $W$  es real, la dimensión de  $R_W$  es al menos  $(1+h)^n$  donde  $h$  es el número de Coxeter de  $W$  y  $n$  su rango. Esta conjetura fue probada en [2] para el caso de grupos reales y en [3] para el caso de grupos complejos, en ambos casos usando la teoría de representaciones de álgebras de Cherednik racionales. Sin embargo, hasta la fecha solo se conoce el valor exacto de la dimensión para el caso del grupo simétrico  $W = S_n$ , en el cual  $\dim_{\mathbb{C}}(R_{S_n}) = (n+1)^{n-1}$ , lo que fue probado por Haiman usando técnicas de geometría algebraica (específicamente el esquema de Hilbert de  $n$  puntos en el plano).

En [1] hemos encontrado razones estructurales para una mejora en la cota inferior conjeturada por Haiman para el caso de los grupos cristalográficos de tipo B, obteniendo una mejora cuadrática en el rango del grupo.

### Referencias

- [1] Ajila, C., Griffeth, S. *Representation theory and the diagonal coinvariant ring for the type B Weyl group*, arXiv:2110.03077
- [2] Gordon, I., *On the quotient ring by diagonal invariants*, Invent. math. 153, 503–518 (2003)
- [3] Gordon, I., Griffeth, S., *Catalan numbers for complex reflection groups*, American Journal of Mathematics 134 (2012), 1491–1502
- [4] Haiman, M., *Conjectures on the Quotient Ring by Diagonal Invariants*, Journal of Algebraic Combinatorics 3 (1994), 17-76



## **SESIÓN: Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Dinámicos**

En esta sesión se pueden presentar trabajos originales que se enmarquen en alguno de los siguientes temas: ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones diferenciales parciales, sistemas dinámicos, ecuaciones de evolución semi-lineales, control no lineal, aplicaciones y métodos numéricos.

# HIERARCHY ESTABLISHMENT FROM NONLINEAR SOCIAL INTERACTIONS AND METABOLIC COSTS: AN APPLICATION TO HARPEGNATHOS SALTATOR

C. Bustamante-Orellana – D. Bai – J. Cevallos-Chavez • Arizona State University, USA –  
Guangzhou University, China – Arizona State University, USA • cbustam3@asu.edu –  
aidy@gzhu.edu.cn – jcevall11@asu.edu

Social hierarchies are ubiquitous in social groups such as human societies and social insect colonies; however, the factors that maintain these hierarchies are less clear. Motivated by the shared reproductive hierarchy of the ant species *Harpegnathos saltator*, we have developed simple compartmental nonlinear differential equations to explore how key life-history and metabolic rate parameters may impact and determine its colony size and the length of its shared hierarchy. Our modeling approach incorporates nonlinear social interactions and metabolic theory. The results from the proposed model, which were linked with limited data, show that: (1) the proportion of reproductive individuals decreases over colony growth; (2) an increase in mortality rates can diminish colony size but may also increase the proportion of reproductive individuals; and (3) the metabolic rates have a major impact in the colony size and structure of a shared hierarchy.

**Keywords:** social insects; nonlinear (shared) hierarchy; nonlinear social interactions; metabolic costs; *Harpegnathos saltator*

# COMPARACIÓN DE LA SOLUCIÓN DE DDE POR SERIES DE POTENCIAS MODIFICADOS Y DESCOMPOSICIÓN EN SERIES DE TAYLOR.

Mayorga Carlos – Antonio Sirvent • Universidad de Alicante, España – Universidad de Alicante, España • cjmayorga@hotmail.com – antonio.sirvent@ua.es

El efecto provocado por la pandemia de Covid 19 en la dinámica poblacional en el mundo y particularmente en el Ecuador, así como la formación de nuevas familias mileniales y como esto cambia las tasas de fecundidad y nacimiento, ha provocado un retardo en la evolución demográfica. La presente investigación tiene como objetivo resolver la ecuación de dinámica poblacional con retardo para el caso particular de Ecuador entre los años 1990 y 2020 usando métodos numéricos no estándares y compararla con soluciones por otros métodos más tradicionales para obtener un modelo que logre predecir la población de Ecuador para los años de 2021 en adelante, para esto se describió la teoría de la dinámica poblacional con retardo, y con esto se resolvió la ecuación de la dinámica poblacional con retardo para el Ecuador entre los años 1990 y 2020 por los métodos de series de Taylor para una variable retardada y por el método de series

de potencias modificados, se compararon ambos métodos y se predijo la población del Ecuador para los años del 2021 en adelante, reportandose las variables demográficas  $K$  y  $\tau$ , siendo esta última la variable que representa el retardo provocado por los efectos de la pandemia de Covid 19 y la formación de nuevas familias milenials.

## Referencias

- [1] Z. Zhou and J. Wu. Attractive Periodic Orbits in Nonlinear Discrete-time Neural Networks with Delayed Feedback. *J. Difference. Equ. and Appl.* Vol. 8, (2001) 467–483.
- [2] Kimlin Chin. Declining Birth rates in the US: An Analysis of Potential Factors. 10.48152/ssrp-srs6-t802, <https://doi.org/10.48152/ssrp-srs6-t802>, 2022.
- [3] Arunava Bhadra and Arindam Mukherjee and Kabita Sarkar. Impact of population density on Covid-19 infected and mortality rate in India, 10.1007/S40808-020-00984-7/TABLES/2, *Modeling Earth Systems and Environment* (2021) 623–629
- [4] Sven Drefahl, Matthew Wallace, Eleonora Mussino, Siddartha Aradhya, Martin Kolk, Maria Brandén, Bo Malmberg and Gunnar Andersson. Nature Communications 2020. A population-based cohort study of socio-demographic risk factors for COVID-19 deaths in Sweden, <https://www.nature.com/articles/s41467-020-18926-3> (2020) 1-7
- [5] Allen, JS and Samelson, RM and Newberger, PA. Chaos in a model of forced quasi-geostrophic flow over topography: an application of Melnikov's method. *Journal of Fluid Mechanics.* vol. 226, (1991) 511–547,

## ESTUDIO DE SOLUCIONES DE ECUACIONES INTEGRO-DIFERENCIALES DE VOLTERRA CON RETARDO INFINITO EN ESPACIOS LOCALMENTE DE VARIACIÓN ACOTADA

Liliana Rebeca Pérez – Jurancy Ereú – Luz Elimar Marchan • Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador – Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Venezuela – Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador • [lilireperez@gmail.com](mailto:lilireperez@gmail.com) – [jereu@ucla.edu.ve](mailto:jereu@ucla.edu.ve) – [lmarchan@espol.edu.ec](mailto:lmarchan@espol.edu.ec)

El objetivo principal de la Ecología es la evolución de las poblaciones, por lo que el interés general de la modelación matemática de poblaciones biológicas, ha aumentado sustancialmente y ha atraído un gran número de biólogos, ingenieros, físicos y matemáticos en las últimas décadas. Generalmente, el modelo matemático de este tipo de sistemas consiste en ecuaciones diferenciales. Particularmente en los sistemas ecológicos, con frecuencia es necesario considerar ciertos retardos condicionados por el tiempo de crecimiento de las especies que entran en el sistema, ver [1], [2], [3]. Motivados por

esto, estudiamos las soluciones de algunas ecuaciones integrales de Volterra con retardo infinito, ver [4]. Para ello, se dan condiciones a las funciones y kernel involucrados en la ecuación integral de Volterra, a fin de garantizar la existencia, unicidad y prolongación de las soluciones, en los espacios de funciones localmente de variación acotada, utilizando la técnica de aproximaciones sucesivas de Picard.

## Referencias

- [1] F. Montes de Oca and L. Pérez. Extinction in nonautonomous competitive Lotka–Volterra systems with infinite delay. *Nonlinear Analysis* Vol. **75(2)** (2012) 758–768.
- [2] F. Montes de Oca and L. Pérez. Balancing survival and extinction in nonautonomous competitive Lotka–Volterra systems with infinite delays. *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series B* Vol. **20(8)** (2015) 2663–2690.
- [3] F. Montes de Oca and L. Pérez. Extinction and survival in competitive Lotka–Volterra systems with constant coefficients and infinite delays. *Revista Colombiana de Matemáticas* Vol. **54(1)** (2020) 75–91.
- [4] K. Gopalsamy. *Stability and Oscillations in Delay Differential Equations of Population Dynamics*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

## SOBRE LAS CURVAS DE PERSECUCIÓN

Jhonnatan Riveros Herrera – Juan Gabriel Triana Laverde • Fundación Universitaria Los  
Libertadores, Colombia – Universitaria Agustiniiana, Colombia •  
jrivosh@ulibertadores.edu.co - juang.triana@uniagustiniiana.edu.co

Una curva de persecución puede definirse como la trayectoria que sigue un objeto cuando persigue a otro objeto en movimiento. Este problema ha sido ampliamente estudiado, siendo usualmente atribuido a Leonardo Da Vinci [1] pese a que no se tiene evidencia que respalde tal afirmación [3]; el primer análisis formal de un problema de persecución es atribuido Pierre Bouguer (1698-1758), quien en 1732 propuso y resolvió un problema de un barco pirata que perseguía a un buque mercante. Desde entonces, se han presentado diversos contextos y variantes para este problema [2, 3, 4].

En esta presentación, mediante sistemas de ecuaciones diferenciales, se realiza la modelación del problema de persecución a lo largo de una recta vertical y del problema de persecución a lo largo de una trayectoria circular, conocidos como problema de Bourger y de Hathaway respectivamente. Además, se realizan las respectivas simulaciones dinámicas con un motor de visualización agradable para el público como lo es JavaScript, empleando el software Python.

## Referencias

- [1] J. Barton and C. Eliezer. On pursuit curves. *J. Austral. Math. Soc. Ser. B.* Vol. **41**, (2000) 358-371.
- [2] A. Kuchkarov. Solution of simple pursuit- evasion problem when evader moves on a given curve. *Int. Game Theory Rev.* Vol. **12**(3), (2010) 223-238.
- [3] P. Nahin. Chases and escapes: The mathematics of pursuit and evasion. Princeton University Press (2007).
- [4] J. Triana and D. Roldán. Una técnica de persecución utilizando mimetismo no convencional. *Rev. U.D.C.A Act. Div. Cient.* Vol. **16**(2), (2013) 519-523.

## GENERALIZED INTEGRAL OPERATORS AND CHEBYSHEV TYPE INEQUALITY

Paulo M. Guzmán • Universidad Nacional del Nordeste, Argentina •  
paulo.guzman@comunidad.unne.edu.ar

Integral operators and derivatives of fractional order are tools widely used today, in various areas of Mathematical Sciences, both related to pure and applied research. For all of the above, these operators have attracted the attention of many researchers and appear in multiple works and investigations of the last 30 years mainly.

Another of the most dynamic areas in mathematical research is that of integral inequalities, thus we see how well-known inequalities related to integer order derivatives and integrals have been extended to fractional order derivatives and integrals. These include the inequalities of Chebyshev [2], Hermite Hadamard [1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13], Gruss [3, 4], Minkowski and many others.

To facilitate understanding of the subject, we present several definitions of fractional integrals, some very recent (with  $0 \leq a_1 < \tau < a_2 \leq \infty$ ).

It is known that fractional calculus, that is, calculus with derivatives and integrals of non-integer order, despite being as old as classical calculus, has been gaining attention in the last 40 years and new operators have been defined, which have proven its usefulness in different applications. In particular, new integral operators have appeared that are natural generalizations of the classical fractional Riemann-Liouville integral. In [1] the authors define a generalized operator that contains, as particular cases, several of the known fractional integral operators.

In this work we studied some Chebyshev inequalities type with generalized integral operators and their relation with several well-known operators.

## Referencias

- [1] Juan Gabriel Galeano Delgado, Juan E. Nápoles Valdés, Edgardo Pérez Reyes, New Hermite-Hadamard inequalities in the framework of generalized fractional integrals, *Annals of the University of Craiova, Mathematics and Computer Science Series*, Volume 48(2), 2021, Pages 319-327.
- [2] Paulo M. Guzmán, Péter Kórus, Juan E. Nápoles Valdés, Generalized Integral Inequalities of Chebyshev Type, *Fractal Fract.* 2020, 4, 10; doi:10.3390/fractalfract4020010
- [3] Paulo M. Guzmán, Juan E. Nápoles Valdés, Generalized fractional Grüss-type inequalities, *Contrib. Math.* 2 (2020) 16-21
- [4] P. M. Guzmán, J. E. Nápoles Valdés, Y. S. Gasimov, INTEGRAL INEQUALITIES WITHIN THE FRAMEWORK OF GENERALIZED FRACTIONAL INTEGRALS, *Fractional Differential Calculus*, Volume 11, Number 1 (2021), 69-84
- [5] Artion Kashuri, Juan E. Nápoles Valdés, Muhammad Aamir Ali, Ghulam Muhayy Ud Din, New Integral Inequalities Using Quasi-Convex Functions Via Generalized Integral Operators And Their Applications, *Applied Mathematics E-Notes*, 22(2022), 221-231
- [6] P. Kórus, L. M. Lugo, J. E. Nápoles Valdés, Integral inequalities in a generalized context, *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica* 57 (3), 312-320 (2020)
- [7] P. Kórus, Juan E. Nápoles Valdés, q-Hermite-Hadamard inequalities for functions with convex or h-convex q-derivative, *Mathematical Inequalities & Applications*, Volume 25, Number 2 (2022), 601-610
- [8] Juan Eduardo Nápoles Valdés, On The Generalized Inequalities Of The Hermite-Hadamard Type, *Filomat* 35:14 (2021), 4917-4924
- [9] Juan Eduardo Nápoles Valdés, On the Hermite-Hadamard type inequalities involving generalized integrals, *Contrib. Math.* 5 (2022) 45-51
- [10] Juan Eduardo Nápoles Valdés, Bahtiyar Bayraktar, Saad Ihsan Butt, New integral inequalities of Hermite-Hadamard type in a generalized context, *Punjab University Journal of Mathematics* (2021),53(11),765-777
- [11] Juan Eduardo Nápoles Valdés, Florencia Rabossi, Hijaz Ahmad, INEQUALITIES OF THE HERMITE-HADAMARD TYPE, FOR FUNCTIONS (H,M)-CONVEX MODIFIED OF THE SECOND TYPE, *Commun. Combin., Cryptogr. & Computer Sci.*, 1 (2021), 33-43
- [12] M. Vivas-Cortez, S. Kermausuor, J. E. Nápoles Valdés, Hermite-Hadamard Type Inequalities for Coordinated Quasi-Convex Functions via Generalized Fractional Integrals, in P. Debnath et al. (eds.), *Fixed Point Theory and Fractional Calculus: Recent Advances and Applications*, Forum for Interdisciplinary Mathematics, Springer Nature Singapore Pte Ltd. 2022

- [13] Miguel Vivas-Cortez, Péter Kórus, Juan E. Nápoles Valdés, Some generalized Hermite-Hadamard-Fejér inequality for convex functions, *Advances in Difference Equations* (2021) 2021:199

## ON THE INTEGRAL INEQUALITIES OF SIMPSON-MERCER TYPE VIA WEIGHTED INTEGRALS

Juan E. Nápoles Valdés • Universidad Nacional del Nordeste, Argentina •  
jnapoles@exa.unne.edu.ar

One of the basic concepts of a number of mathematical disciplines (function theory, optimization theory, theory of inequalities, etc.) is the concept of convexity. This concept is closely related to the estimation of the mean value of a function given on an interval. Today, in the literature there are quite a few different convexity classes of functions that are defined to refine, extend and improve estimates of the mean value of a function. A rather wide spectrum of convexity classes and their relations is given in [3].

For convex functions on interval  $[v_1, v_2]$ , the following inequality is one of the best known

$$\phi\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right) \leq \frac{1}{v_2 - v_1} \int_{v_1}^{v_2} \phi(x) dx \leq \frac{\phi(v_1) + \phi(v_2)}{2} \quad (0.13)$$

and it is called the Hermite-Hadamard Inequality ([1, 2]). Both inequalities hold in the reversed direction if  $\phi$  is concave.

Next we present the weighted integral operators, which will be the basis of our work.

**Definición 1.** Let  $\phi \in L([v_1, v_2])$  and let  $w$  be a continuous and positive function,  $w : [0, 1] \rightarrow [0, +\infty)$ , with first order derivatives piecewise continuous on  $I$ . Then the weighted fractional integrals are defined by (right and left respectively):

$$J_{v_1^+}^w \phi(r) = \int_{v_1}^r w' \left( \frac{\sigma - v_1}{r - v_1} \right) \phi(\sigma) d\sigma$$

and

$$J_{v_2^-}^w \phi(r) = \int_r^{v_2} w' \left( \frac{v_2 - \sigma}{v_2 - r} \right) \phi(\sigma) d\sigma,$$

with  $v_1 < r \leq v_2$ .

The main purpose of this work is to obtain new variants of the classical Hermite-Hadamard Inequality, in the context of the weighted integrals of the Definition 1. We will show that our results complement or generalize several of those known from the literature.

## Referencias

- [1] J. Nápoles, B. Bayraktar, S. Butt, New integral inequalities of Hermite–Hadamard type in a generalized context. *Punjab University Journal Of Mathematics*, 53(11), (2021), 765-777. Doi:10.52280/Pujm.2021.531101
- [2] J. Nápoles, B. Bayraktar, On The Generalized Inequalities Of The Hermite – Hadamard Type. *FILOMAT*, 35(14), (2021), 4917-4924, <https://doi.org/10.2298/FIL2114917N>
- [3] J. E. Nápoles, F. Rabossi, A. D. Samaniego, CONVEX FUNCTIONS: ARIADNE'S THREAD OR CHARLOTTE'S SPIDERWEB?, *Advanced Mathematical Models & Applications* Vol.5, No.2, 2020, pp.176–191.

## IMPLICACIONES DE LA GEOMETRÍA FRACTAL EN LAS ESPECIES NATIVAS DE LA RESERVA FAUNÍSTICA CHIMBORAZO EN EL ESTUDIO DE LOS SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS

Deysi Guanga – Rolando Torres • Universidad Estatal de Bolívar, Ecuador – Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Ecuador • [dguanga@ueb.edu.ec](mailto:dguanga@ueb.edu.ec) – [RTORRES@ESPOCH.edu.ec](mailto:RTORRES@ESPOCH.edu.ec)

En el centro de la diversidad de la vida y la complejidad de los ecosistemas está el orden que garantiza el funcionamiento de los procesos físicos y biológicos fundamentales. La teoría del caos y dentro de ella, la geometría fractal constituye un campo de investigación introducido a los sistemas dinámicos discretos, que se ocupan del movimiento, de las transiciones de un estado a otro. Para estos fines, se utilizan conceptos de autosimilitud y elementos de geometría fractal. La autosimilitud implica que copiar y escalar alguna imagen de referencia"permite a la naturaleza crear fácilmente una estructura compleja de múltiples escalas. Las funciones de transición explican la relación que se establece entre la matemática y el mundo que nos rodea. Este trabajo ejemplifica las funciones de transición de los sistemas fractales deterministas y cómo éstos pasan del determinismo al caos. Por otra parte, las especies nativas de la provincia de Chimborazo revelan para el espectro multifractal, estructuras que se pueden programar mediante los diferentes tipos de fractales. Estas estructuras podrían ser aplicadas en las nuevas tecnologías y tendencias de cambio en el diseño, inteligencia artificial y otros, donde los análisis de pocas variables relacionadas determinan comportamientos complejos.

## Referencias

- [1] Z. Zhou and J. Wu. Attractive Periodic Orbits in Nonlinear Discrete-time Neural Networks with Delayed Feedback. *J. Difference. Equ. and Appl.* Vol. 8, (2001) 467–483. Mandelbrot, Benoît. Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión.



Tusquets editores S.A. Barcelona. 2006.

Mandelbrot, Benoît. La geometría fractal de la naturaleza. Tusquets editores S.A. Barcelona. 2006.

Brañna, Juan Pablo. Introducción a la geometría fractal. Buenos Aires, Argentina 2003.

Rivera Henao, Eduard; López Varona, Ricardo. Geometría fractal y transformada de Fourier. Scientia ET Technica vol XVI n.º 48, Agosto, 2011, pp 269-274. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.

Mandelbrot, Benoît. La geometría fractal de la naturaleza. Tusquets editores S.A. Barcelona 1997.

Cohen, N. (En línea) "fractals new era in military antenna design". defense electronics. Recuperado de <http://defenseelectronicsmag.com/sitefiles/defenseelectronicsmag.com/files/archive/rfdesign.com/mag/508RFDSF1.pdf> // [consultado el 18 de octubre del 2016].

"Exploring chaos. A guide to the new science of Disorder" Nina Hall. 1993. norton. new york. Fractals, chaos, power laws minutes from an infinite paradise. Manfred Schroeder. 1991. freeman. new york.

How nature works. the science of self-organized criticality. Per Bak. 1997. oxford university press. tokyo.

Agea, A. ,Luque, B. (s.f.). Fractales en la red. Recuperado en <http://www.dmae.upm.es/cursofractales/> [Consultado el 27 de octubre de 2016].

## MEDIDAS ERGÓDICAS EN FUNCIONES CON UNA ASÍNTOTA VERTICAL Y ASÍNTOTAS HORIZONTALES

Miguel Mielles Bachicoria – Luis Bladimir Ruiz • Universidad Técnica de Manabí, Ecuador –  
Universidad Técnica de Manabí, Ecuador • [mmielles2948@utm.edu.ec](mailto:mmielles2948@utm.edu.ec) – [luis.ruiz@utm.edu.ec](mailto:luis.ruiz@utm.edu.ec)

En este trabajo se estudian las transformaciones de  $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  crecientes, en donde la existencia de las medidas invariantes para este tipo de transformaciones es bastante escaso, se limitan a un par de ejemplos, el primero es la transformación de Boole la cual preserva la medida de Lebesgue y es ergódica respecto a esta medida, también se tiene la transformaciones del tipo  $ax - \frac{a}{x}$  la cuales preservan una medida de ergódica probabilidad para  $\frac{1}{2} < a < 1$ , esos dos modelos tienen la propiedad que la derivada está uniformemente alejada de cero. En este trabajo se considera el caso en que fuera de un compacto que contiene en su interior al cero las derivadas se aproximan uniformemente a cero, y se demuestra para una familia amplia de cuatro parámetros que bajo ciertas condiciones, exhibe una medida ergódica infinita y que bajo otras condiciones del parámetro esa familia exhibe una media ergódica de probabilidad, en ambos casos

la medida es absolutamente continua a la de Lebesgue y finalmente se demuestran que para otros valores del parámetro, la transformación no puede preservar una medida absolutamente continua a la de Lebesgue, pero la aplicación de retorno posee un conjunto de Cantor invariante  $\Lambda$  tal que la transformación restringida a  $\Lambda$  es transitiva y el conjunto de puntos periódicos es denso en  $\Lambda$ .

## Referencias

- [1] G. Boole. XXXVI. On the comparison of transcendents, with certain applications to the theory of definite integrals. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (1857) 745–803.
- [2] R. Adler and B. Weiss. The ergodic infinite measure preserving transformation of Boole. *Israel Journal of Mathematics* Vol. **16**, (1973) 263–278.
- [3] K. Umenoand and K. Okubo. Exact Lyapunov exponents of the generalized Boole transformations. *Progress of Theoretical and Experimental Physics* Vol. **2016**, (2016) 021A01.

## MEDIDAS ERGÓDICAS EN TRANSFORMACIONES CRECIENTES POR PARTE SOBRE $\mathbb{R}$

Luis Bladismir Ruiz – Sergio Muñoz • Universidad Técnica de Manabí, Ecuador – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil • [luis.ruiz@utm.edu.ec](mailto:luis.ruiz@utm.edu.ec) - [sergiomunoz056@gmail.com](mailto:sergiomunoz056@gmail.com)

Transformaciones crecientes por parte sobre  $\mathbb{R}$  han sido estudiado por [1], [2], [3] consiguiendo condiciones necesarias para obtener transitividad de hecho, para una clase amplia (para un abierto en la topología uniforme) de funciones  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  crecientes con una asíntota vertical en  $x = 0$  demuestra que son transitivos. Una pregunta natural es: ¿Qué sucede en el caso que estas transformaciones crecientes por parte no tienen asíntota vertical pero los límites laterales en  $x = 0$  existen? Mostraremos una respuesta a esta pregunta, demostrando la existencia de un atractor global cuya dinámica posee una medida invariante ergódica y además en algunos casos puede ser equivalente a la de Lebesgue. Sorprendentemente, la dinámica del atractor es la misma de la aplicación de Lorenz unidimensional. Además, en otros casos la dinámica del atractor se comporta como los homeomorfismos del círculo unitario. Seguiremos las ideas expuestas en [4].

## Referencias

- [1] S. Muñoz. Robust transitivity of maps of the real line. *Discrete and Continuous Dynamical Systems. SERIE: A* Vol. **35**, No. 3 (2015) 1163–1177. URL: <http://aimsciences.org//article/id/807e52c6-a741-470cb708-1cd668ecc7cb>

- [2] B. Leal, G. Mata, S. Muñoz. Families of Transitive Maps on  $\mathbb{R}$  With Horizontal Asymptotes. *Revista de la Unión Matemática Argentina (REVUMA)*. Vol. 58, No. 2 (2018), 375-387, URL: <http://www.inmabb.criba.edu.ar/revuma/pdf/v59n2/v59n2a08.pdf>
- [3] B.Leal, G. Mata, D. Ramírez. Traslaciones de Transformaciones Tipo Boole Robustamente Transitivas *Novasínergia*. Vol. 1. No. 1. (2018) 6–13.
- [4] A. Iñiguez, B.Leal. Atractores en funciones lineales crecientes por parte en la recta real *Novasínergia*. Vol. 4. No. 2. (2021) 48-61.

## TOPOLOGICALLY STABLE POINTS FOR FLOWS

J. Aponte • Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador • [japonte@espol.edu.ec](mailto:japonte@espol.edu.ec)

We introduce the concept of topological stable point for flows. We see that this set is invariant under the flow and under topological conjugacy. We prove that if the chain recurrent set is contained in the set of topologically stable points, then it coincides with the closure of the periodic orbits. We show that if an orbit of the suspension flow of a map is topologically stable then its base point is also topologically stable. Finally, we show that for expansive flows the set of topologically stable points are exactly the shadowable ones. These results extends to the flow context some of those given in [1].

### Referencias

- [1] Koo, N., Lee, K., and Morales, C. Pointwise Topological Stability. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society* Vol. 61(4) (2018), 1179–1191.

## CÁLCULO DE LA ÚLTIMA CURVA INVARIANTE PARA MAPAS DEL PLANO USANDO NÚMEROS DE ROTACIÓN

Emilio Conforme – Oswaldo Larreal • Universidad Técnica de Manabí, Ecuador – Universidad Técnica de Manabí, Ecuador • [econforme1113@utm.edu.ec](mailto:econforme1113@utm.edu.ec) - [oswaldo.larreal@utm.edu.ec](mailto:oswaldo.larreal@utm.edu.ec)

Dado un mapa en el plano con al menos dos puntos fijos elíptico e hiperbólico, existen curvas invariantes alrededor del punto elíptico las cuales están dadas por la órbita de un punto. La idea es mostrar que podemos garantizar la existencia y además construir curvas invariantes, para ello se hace necesario los teoremas del twist de Moser, formas normales de Birkhoff y el teorema de Denjoy en conjunto el cálculo de los números de rotación.

## **MODELADO DEL COVID-19 MEDIANTE LAS ECUACIONES SIR CASO ECUADOR**

Carmen Gema Cedeño – Oswaldo Larreal • Universidad Técnica de Manabí, Ecuador – Universidad  
Técnica de Manabí, Ecuador • ccedeno1321@utm.edu.ec - oswaldo.larreal@utm.edu.ec

Usaremos la teoría cualitativa en las ecuaciones SRI, para determinar condiciones favorables o desfavorables en los parámetros. Luego con el uso de los datos ofrecidos por el ministerio de salud, y usando métodos numéricos entre ellos derivada numérica y métodos de mínimos cuadrados, hallaremos los coeficientes de la ecuación SIR, por último validaremos los resultados obtenidos. Los modelos SRI considerados para realizar esta investigación se centraran con y sin demografía. Posiblemente se puedan considerar los coeficientes como funciones definidas a trozo.

## **SESIÓN: Análisis Complejo y sus Aplicaciones**

Esta sesión será un espacio para aquellos investigadores que deseen presentar trabajos originales en análisis complejo y/o en aplicaciones de este con otros campos de la matemática. Podrán ser presentados trabajos también en dimensiones mayores, ya sea involucrando varias variables complejas o en el contexto de las álgebras de Clifford.

## PROBLEMA DE FRONTERA PARA LA ECUACIÓN DE HELMHOLTZ GENERALIZADA EN LOS BICUATERNIONES

Cedeño Damian –Carmen Vanegas–Franklin Vargas • UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ,  
ECUADOR–UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ, ECUADOR–UNIVERSIDAD TÉCNICA DE  
MANABÍ, ECUADOR •

damian.cedeno@utm.edu.ec–carmen.vanegas@utm.edu.ec–franklin.vargas@utm.edu.ec

*Departamento de Matemáticas y Estadística*

La propagación de ondas armónicas en tiempo y en medios isotrópicos son asociadas al estudio de la ecuación de Helmholtz y problemas de frontera para esta ecuación han sido estudiado por diversos autores en los cuaterniones. El caso cuando se considera anisotropía en el medio, es posible estudiarlo mediante el operador diferencial  $\tilde{\Delta}^{\lambda^2} := \text{div}(B\nabla) + \lambda^2$ . Al considerar la factorización de  $\tilde{\Delta}^{\lambda^2}$  mediante operadores de tipo Dirac  $\mathcal{D}_{\omega,\lambda}$  en el álgebra de los biquaterniones, en el presente trabajo se muestran fórmulas integrales de tipo Cauchy-Pompeiu y Plemelj-Sokhotzki necesarias para resolver los problemas de frontera propuestos. Estas fórmulas integrales nos permiten definir operadores integrales análogos a los de Teodorescu, Cauchy-Bisadze y de proyección de Hardy, los cuales permiten representar la solución de ciertos problemas de frontera asociados a  $\tilde{\Delta}^{\lambda^2}$  y  $\mathcal{D}_{\omega,\lambda}$ .

### Referencias

- [1] J. Vanegas and F. Vargas. Theory of Integral Operators in Parametric Clifford Type Algebras. *Complex Analysis and Operator Theory* Vol. **14**, 1, (2020) 1–26.
- [2] K. Gürlebeck and W. Sprössig. Quaternionic analysis and elliptic boundary value problems. *Int. Series of Numerical Mathematics* Vol. **89** (1990).

## FUNCIONES TIPO EXPONENCIAL Y TRIGONOMÉTRICAS FRACCIONARIAS ASOCIADOS AL OPERADOR DE CAUCHY-RIEMANN FRACCIONARIO EN EL SENTIDO DE RIEMANN-LIOUVILLE, SOBRE NÚMEROS COMPLEJOS GENERALIZADOS

Esteban Morillo • ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL, ECUADOR •

esteban.morillo@epn.edu.ec

En esta charla se caracterizan funciones tipo exponencial y trigonométricas fraccionarias, es decir, funciones que cumplan propiedades similares a la exponencial y trigonométricas sobre números complejos generalizados, pero en el contexto fraccionario de Riemann-Liouville. Para esto, primero se hace una breve introducción del álgebra

de números complejos generalizados  $C_{\alpha,\beta}$  [4, 5, 7] y su respectiva teoría de funciones analíticas con el operador de Cauchy-Riemann generalizado

$$\partial_{\bar{z}} = \partial_{\bar{y}} - i\partial_x.$$

Siguiendo la metodología de [3, 6], se puede generalizar estas nociones al ámbito fraccionario reemplazando las derivadas ordinarias por derivadas fraccionarias y definir funciones analíticas fraccionarias como las funciones que se anulan al aplicar el operador de Cauchy-Riemann generalizado fraccionario. Esta tendencia ya se lo ha hecho para otras álgebras como  $\mathbb{C}$  en [1], los bicomplejos  $\mathbb{BC}$  en [2], y las álgebras de Clifford  $C\ell_n$  en [6]. Habiendo expuesto las preliminares, se procede a caracterizar las funciones exponencial y trigonométricas de modo que cumplan propiedades análogas al caso no fraccionario, como ser fraccionario analíticas, que cumplan fórmulas similares de *derivación* respecto al operador conjugado de Cauchy-Riemann generalizado fraccionario y se concluye explorando propiedades trigonométricas de estas funciones, que coinciden en el caso entero.

## Referencias

- [1] Ceballos, J., Coloma, N., Teodoro, A. D., y Ochoa-Tocachi, D. Generalized fractional cauchy-riemann operator associated with the fractional cauchy-riemann operator. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 30(5), 2020.
- [2] Coloma, N., Teodoro, A. D., Ochoa-Tocachi, D., y Ponce, F. Fractional elementary bicomplex functions in the Riemann-Liouville sense. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 31(4), 2021.
- [3] Delanghe, R., Sommen, F., y Souček, V. *Clifford Algebra and Spinor-Valued Functions*. Springer Netherlands, 1992.
- [4] Fjelstad, P. y Gal, S. G. Two-dimensional geometries, topologies, trigonometries and physics generated by complex-type numbers. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 11(1):81-107, 2001.
- [5] Harkin A.A., Harkin J.B.: Geometry of generalized complex numbers. *Math. Mag.* 77(2), 118-129, 2004.
- [6] Kähler, U. y Vieira, N. Fractional clifford analysis. págs. 191-201. Springer International Publishing, 2013.
- [7] Yaglom, I. Three types of complex numbers. En *Complex Numbers in Geometry*, págs. 1-25. Elsevier, 1968.

En esta charla se introducirá una transformada de Fourier bilateral en los cuaterniones, definida para funciones en  $L^1_{bc}(\mathbb{R}; \mathbb{H})$ , que es el espacio de funciones  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{H}$  acotadas, continuas e integrables, i.e.,

$$\int_{\mathbb{R}} |f(x)| dx < \infty.$$

Dicha transformada viene dada por medio de la expresión

$$\mathcal{F}_{TS}\{f(x)\}(t) := \int_{\mathbb{R}} e^{-2\pi\mu_1 tx} f(x) e^{-2\pi\mu_2 tx} dx,$$

siendo  $\mu_1$  y  $\mu_2$  cuaterniones unitarios puros tales que  $\mu_1\mu_2 = -\mu_2\mu_1$ , y  $f \in L^1_{bc}(\mathbb{R}; \mathbb{H})$ . Se exhibirán algunas de las propiedades de esta transformada que han sido halladas hasta ahora, así como algunos ejemplos que mostrarán la diferencia entre esta y otras transformadas.

## Referencias

- [1] García, E. A., Heredia, C. J., & Chipantiza, C. (2021). One-dimensional Quaternion Fourier Transform and Some Applications. *Bull. Comput. Appl. Math.*, 9(2), 125-149.
- [2] Bahri, M., Ashino, R., & Vaillancourt, R. (2013, January). Convolution theorems for quaternion Fourier transform: properties and applications. In *Abstract and Applied Analysis* (Vol. 2013). Hindawi.
- [3] Bulow, T. (2001). Non-commutative hypercomplex Fourier transforms of multidimensional signals. *Geometric Computing with Clifford Algebras: Theoretical Foundations and Applications in Computer Vision and Robotics*, 187-207.
- [4] Deitmar, A. (2005). *A First Course in Harmonic Analysis*. Springer, New York, NY.
- [5] Gürlebeck, K., & Sprössig, W. (1997). *Quaternionic and Clifford calculus for physicists and engineers* (Vol. 1). John Wiley & Sons.
- [6] Hitzer, E. (2007). Quaternion Fourier transform on quaternion fields and generalizations. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 17(3), 497-517.

## LOS NÚMEROS COMPLEJOS MÁS GENERALES: CASO NÚMEROS HIPERBÓLICOS.

Wilmer Barrera • Universidad Técnica de Manabí, ECUADOR • Instituto de Ciencias  
Básicas. Departamento de Matemáticas y Estadística  
wilmer.barrera@utm.edu.ec



Los números hiperbólicos también llamados números de Lorentz o doble números, fueron introducidos por W. Clifford (1845-1879). En esta ponencia presentamos un esquema de la construcción de esta álgebra como una generalización de los números complejos, junto con su interpretación geométrica y propiedades. Se establece la conexión entre las funciones hiperbólicas  $\sinh(t)$ ,  $\cosh(t)$  y esta clase de números.

### Referencias

- [1] I. M. Yaglom. Complex Numbers in Geometry. (1968). *Academy Press inc.*
- [2] Garret Sobczyk. The Hyperbolic Number Plane. (1995). *The College Mathematics Journal*, 26:4, 268-280, DOI: 10.1080/07468342.1995.11973712

## SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE VALOR DE FRONTERA DE NEUMANN PARA LA ECUACIÓN DE DIRAC EN LA BOLA UNITARIA

Franklin Vargas • Universidad Técnica de Manabí, Portoviejo, ECUADOR • Departamento de  
Matemática y Estadística, ICB  
*franklin.vargas@utm.edu.ec*

El propósito de esta ponencia es mostrar recientes avances en torno a la solución del problema de valor de frontera de Neumann para la ecuación de Dirac en la bola unitaria en  $\mathbb{R}^n$ . Es conocido el problema de Neumann para ecuación de Cauchy-Riemann en el disco unitario es resuelto con ayuda de las fórmulas integrales clásicas del análisis complejo y los operadores integrales singulares  $T_\Omega$  y  $\Pi_\Omega$ . En este trabajo mostramos la construcción de la solución de este problema en dimensión mayor para la ecuación de Dirac, con ayuda de las fórmulas integrales y la generalización de estos operadores integrales en el Análisis de Clifford [1]. También se muestra que la solución de este problema tiene estrecha relación con la construcción de la función de Neumann armónica en la bola unitaria en  $\mathbb{R}^n$  mostrada en [2].

### Referencias

- [1] K. Gürlebeck, K. Habetha & W. Sprössig (2016), *Application of Holomorphic Functions in Two and Higher Dimensions*, Birkhäuser Basel. DOI 10.1007/978-3-0348-0964-1
- [2] M.A. Sadybekov, B.T. Torebek & B.Kh. Turmetov (2016) *Representation of Green's function of the Neumann problem for a multi-dimensional ball*, *Complex Variables and Elliptic Equations*, 61:1, 104-123, DOI: 10.1080/17476933.2015.1064402

## POLINOMIO DE LAGUERRE MONOGÉNICO

Recientemente ha sido muy estudiado la teoría de la función hipercompleja como una generalización de la teoría de funciones holomorfas de una variable compleja mediante el uso de las álgebras de Clifford. Usando el operador derivado de Laguerre, en un contexto hipercomplejo y usando técnicas operativas, podemos construimos polinomio de Laguerre monogénicos hipercomplejos generalizados. La teoría de los polinomios de Laguerre definidos sobre las álgebras de Clifford, han permitido obtener diferentes generalizaciones que gozan diferentes propiedades con respecto a la ortogonalidad y la monogénidad, como por ejemplo F. Brackx, N. De Schepper, F. Sommen en [2] o I. Cação M.I. Falcão H.R. Maloneka en [1]. Veremos una construcción de los polinomios de Clifford-Laguerre que generalizan la ortogonalidad y de tal manera que sean monogénicos.

### Referencias

- [1] I. Cação M.I. Falcão H.R. Maloneka. Laguerre derivative and monogenic Laguerre polynomials: an operational approach. *Mathematical and Computer Modelling*. Vol. 53, Issues 5-6, March 2011, Pages 1084-1094
- [2] F. Brackx, N. De Schepper, F. Sommen, Clifford algebra-valued orthogonal polynomials in Euclidean space, *J. Approx. Theory* 137 (1) (2005) 108–122.

### PROBLEMA MIXTO HOMOGÉNEO PARA LA ECUACIÓN DE POISSON

Carlos Vélez –Carmen Vanegas • Instituto de Posgrado UTM–Universidad Técnica de Manabí,  
ECUADOR • cevelezc@utm.edu.ec–carmen.vanegas@utm.edu.ec

La presente charla aborda la obtención de una solución para la ecuación de Poisson con condición de frontera mixta Dirichlet-Neumann. El dominio usado es una banda horizontal infinita en  $\mathbb{C}$  de amplitud  $\pi$ . Para lograr eso se obtiene una función de Green en tal dominio con las condiciones de frontera mencionadas, a través del método de las reflexiones y una fórmula de Green-Gauss para la banda infinita en  $\mathbb{C}$  denotada por  $S$ . El método de resolución aplicado puede servir de base para resolver otros problemas mixtos homogéneos o no.

### Referencias

- [1] Vanegas, C., Vargas, F. (2022). On harmonic Robin functions for the upper half plane. submitted.

- [2] Vélez, C., Vanegas, J. (2022). Función de Green en una franja horizontal infinita de amplitud  $\pi$  con frontera mixta Dirichlet-Neumann usando el método parqueting reflections. *Matemática ESPOL-FCNM JOURNAL*, vol. 20, no 2.

### MONOGÉNICOS ESFÉRICOS PESADOS

Benjamín de Zayas –Carmen Vanegas • Técnica de Manabí, Portoviejo, ECUADOR •

benjamin.dezayas@utm.edu.ec- carmen.vanegas@utm.edu.ec

Es bien conocido en el análisis de Clifford que las funciones monogénicas son solución del operador de Dirac [1] y desde un punto de vista físico, se interpretan como funciones que resuelven la ecuación relativista de movimiento de partículas de espín  $1/2$ , electrones, es decir que resuelven la ecuación física de Dirac. Las funciones con valores en álgebras de Clifford pueden ser solución del operador de Dirac pesado, estas funciones pueden pertenecer al espacio interno de funciones que resuelven la ecuación de Dirac para un medio anisotrópico [2], donde los pesos hacen el efecto de los diferentes propiedades físicas como la dependencia con la dirección del movimiento en el medio. En este trabajo ampliamos la definición de monogénicos esféricos dando la definición de monogénicos esféricos pesados y se encontró una base para tales polinomios.

### Referencias

- [1] Brackx, F., Delanghe, R., y Sommen, F. (1982). *Clifford analysis* (Vol. 76). Pitman Books Limited.
- [2] Vanegas, J., Vargas, F. (2018). On weighted dirac operators and their fundamental solutions for anisotropic media. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 28, 1-13.

### ELEMENTOS INVERTIBLES EN EL ÁLGEBRA DE CLIFFORD $Cl_{0,3}$

Jesús Romero – Yanett Bolívar • UNIVERSIDAD DE ORIENTE •

romeroljesusr@gmail.com-bolivarcolon@gmail.com

*Núcleo Sucre*

Las Álgebras de Clifford  $Cl_{p,q}$  son estructuras abstractas usadas ampliamente en teorías físicas y matemáticas. En los años 1876-1878, W. K. Clifford introduce estas álgebras motivado por los estudios de Grassmann y los cuaterniones de Hamilton.

Estas álgebras, en general, no conservan las propiedades de invertibilidad inherentes en  $\mathbb{C}$  y  $\mathbb{H}$ , y además, para  $p \geq 0$  y  $q = n \geq 3$ , contienen divisores de cero. En [2] se aprecian ejemplos de elementos que no son invertibles ni a la derecha ni a la izquierda en el álgebra  $Cl_{0,3}$ . Sin embargo, en [1] se aprecia una condición suficiente para la invertibilidad de un elemento en  $Cl_{0,3}$ .

Con el fin de determinar la estructura de los elementos invertibles en  $Cl_{0,3}$ , en este trabajo se proporcionan las condiciones necesarias y suficientes de invertibilidad de los elementos en el álgebra  $Cl_{0,3}$ . Más aún, se especifica la forma de los elementos invertibles.

## Referencias

- [1] R. Delanghe, F. Sommen and V. Soucek, Clifford Algebra and Spinor-Valued Functions. *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands*, (1992).
- [2] W. Tutschke and C. Vanegas, Métodos del Análisis Complejo en Dimensiones Superiores. *XXI Escuela Venezolana de Matemáticas, Mérida*, 2008.

## ESTIMADOS INTERIORES PARA FUNCIONES BICUATERNIONICAS METAREGULARES

Jose R. Jatem – María G. Mendoza– Carmen J. Vanegas • UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR,  
ECUADOR – Instituto de Posgrado UTM /U.E.F. 4 DE NOVIEMBRE, ECUADOR–  
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ, ECUADOR • jrjatem@gmail.com -  
mmendoza8070@utm.edu.ec - armen.vanegas@utm.edu.ec

En esta charla se mostrarán estimados para las derivadas de primer orden de funciones meta-regulares con valores en los bi-cuaterniones. Estos estimados serán dados usando la norma  $L_p$  y se considerará el operador meta regular  $D_\lambda = D - \lambda$ , con  $\lambda \in \mathbb{C}$ ,  $\text{Im}\lambda \geq 0$ , donde  $D = \sum_{j=1}^3 i_j \partial_j$  es el operador de Moisil-Theodoresco o de Dirac. Como las funciones son soluciones de ecuaciones diferenciales parciales elípticas, los estimados se siguen de representaciones integrales obtenidas usando soluciones fundamentales.

## Referencias

- [1] Mendoza, M., Játém, J., Vanegas, C. (2022). Estimados Interiores  $L_p$  para funciones bi-cuaterniónicas meta-regulares. Aceptado en Bases de la Ciencia.
- [2] Tian, Y. (2013). Biquaternions and their complex matrix representations. *Beitrag zur Algebra und Geometrie*, 54(2), 575-592.

## REPRESENTACIÓN INTEGRAL DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DIRICHLET HOMOGÉNEO PARA LA ECUACIÓN DE POISSON EN UN DOMINIO NO ACOTADO

Ricardo Cedeño – Carmen J. Vanegas • Instituto de Posgrado UTM/ U.E.F. GALILEO GALILEI –  
Universidad Técnica de Manabí • rcedeno6595@utm.edu.ec-carmen.vanegas@utm.edu.ec

En este trabajo se usa la función de Green  $G_{1\Omega}(z, \zeta)$  para el semiplano superior fracturado en el segmento de 0 a  $i$  para obtener la representación integral de la solución del problema de Dirichlet homogéneo para la ecuación de Poisson.

Para el efecto se define el semiplano superior

$$H^+ = \{z : z \in \mathbb{C}, \text{Im}z > 0\},$$

y el semiplano superior con una fractura lineal en un segmento de 0 a  $i$

$$\Omega = \{H^+ \setminus \{z \in \mathbb{C} : 0 < \text{Im}z \leq i\}\}.$$

Primero se obtiene el kernel de Poisson para el dominio  $\Omega$ . Luego, se sigue el procedimiento utilizado en [2] para construir la fórmula de Green-Gauss para  $H^+$ . Para esto se utiliza una función armónica definida con la ayuda de la función de Green obtenida en [1] y la función de Green del semiplano superior dada en [3]. Por último, se prueba que la representación integral  $u(\zeta)$  que se obtiene del procedimiento anterior es solución del problema de Dirichlet homogéneo para la ecuación de Poisson.

**Palabras clave:** semiplano superior · función de Green · problema de Dirichlet homogéneo · ecuación de Poisson.

## Referencias

- [1] Cedeño, R., Vanegas, C. (2022). Función de Green vía mapeo conforme para el semiplano superior agrietado [article]. *Matemática ESPOL-FCNM JOURNAL*, 20(1).
- [2] Vanegas, C., Vargas, F. (2022). On harmonic Robin functions for the upper half plane. submitted.
- [3] Gärtner, E. (2006). Basic complex boundary value problems in the upper half plane. [phdthesis]. Freie Universität Berlin.

## OPERADORES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN ASOCIADOS AL ESPACIO DE LAS FUNCIONES ANALÍTICAS GENERALIZADAS

Gian Rossodivita – Carmen Judith Vanegas • Universidad Católica del Norte, Chile – Universidad Técnica de Manabí, Ecuador • gian.rossodivita@ucn.cl - carmen.vanegas@utm.edu.ec  
*Departamento de Matemática–Departamento de Matemáticas y Estadísticas*

Dado un operador diferencial  $\mathcal{F}$ , decimos que un espacio de funciones  $\mathcal{E}$  es un espacio asociado a  $\mathcal{F}$  si  $\mathcal{F}$  transforma a  $\mathcal{E}$  en sí mismo. El interés en la teoría de los espacios asociados es su aplicación a problemas de valores iniciales. Un problema del tipo:  $\partial_t w = \mathcal{F}(t, z, w, \partial_z w)$ ,  $w(0, z) = \varphi(z)$ , donde  $t$  significa tiempo, se puede resolver en el caso que la función inicial  $\varphi(z)$  pertenezca a un espacio asociado cuyos elementos satisfacen un estimado interior. En esta charla nosotros mostramos la construcción de operadores de segundo orden con coeficientes complejos que son asociados al espacio de las funciones analíticas generalizadas.

## Referencias

- [1] G. Rossodivita, C.J. Vanegas. Second order differential operators associated to the space of holomorphic functions. To appear in: *Analysis, Applications, and Computations - Selected contributions of the 13th ISAAC Congress, Ghent, Belgium, 2021*. Birkhäuser book series Research perspective, Basel, Suiza.
- [2] G. Rossodivita, C.J. Vanegas. Associated Operators to the Space of Elliptic Generalized-Analytic Functions. *New Trends in Analysis and Interdisciplinary Applications*. Birkhäuser, Basel, Suiza. (2017): 135–141.
- [3] W. Tutschke. Associated spaces - a new tool of real and complex analysis. *Function Spaces in Complex and Clifford Analysis*. National University Publishers, Hanoi, (2008): 253–268.

## **SESIÓN: Pedagogía de las Matemáticas**

Esta sesión temática pretende abordar ponencias relacionadas con trabajos originales acerca de la enseñanza y pedagogía de las matemáticas, además de su aplicación en distintas ramas de las ciencias sociales, artes y humanidades.

# INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN PARA DISEÑOS INSTRUCCIONALES VIRTUALES EN UNIDADES DIDÁCTICAS MATEMÁTICAS

Newman Yonander Zambrano-Leal – Naive Norelis Angulo Hernández – Daribel Rodríguez Moreta • Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana – Universidad de los Andes, Venezuela – Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana • [newman.zambrano@isfodosu.edu.do](mailto:newman.zambrano@isfodosu.edu.do) - [angulonaive@gmail.com](mailto:angulonaive@gmail.com) - [daribelrodriguez02@gmail.com](mailto:daribelrodriguez02@gmail.com)

Los cambios educativos que se generaron debido a la pandemia llevaron a realizar modificaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje a través del uso de las TIC. Aunque se tenían avances significativos en la educación virtual, la mayoría de los docentes no estaban preparados para adaptar las planificaciones y ejecución de sus unidades didácticas a esta modalidad. El proceso de elaborar materiales didácticos ajustados a las distintas asignaturas de secundaria presentó retos y desafíos para muchos docentes a nivel global. En esta investigación se propone un instrumento de evaluación y guía para los Diseños Instruccionales Virtuales (DIV) sobre unidades didácticas matemáticas, que permitan complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje en secundaria, el mismo está diseñado para orientar la elaboración uso y valoración de materiales educativos digitales. El instrumento se enfocó en las siguientes dimensiones: Descripción didáctica (valor y coherencia didácticos); Calidad de los contenidos; Capacidad para generar aprendizaje; Adaptabilidad; Interactividad; Motivación; Formato y diseño; Navegación; Accesibilidad del contenido audiovisual. Una de las características que destacan en este instrumento es la inclusión de indicadores sobre videos educativos y materiales electrónicos, así como también, metodologías propias de la enseñanza de la matemática, tales como las situaciones didácticas de Brousseau, métodos de resolución de problemas (Pólya, Friedman, Schoenfeld, Heurística). Para la validación del instrumento, se realizó un análisis estadístico de cinco jueces especialistas, de igual manera se muestra la confiabilidad de este, basado en una prueba a grupos pilotos. Concluimos que el instrumento que evalúa DIV es válido y confiable, además de eficaz, el cual permite lineamientos muy útiles al momento de elaborar materiales didácticos en matemática que serán implementados en el proceso de enseñanza-aprendizaje tanto para la modalidad virtual e híbrida.

## Referencias

- [1] Buitrago-Bohórquez, B., y Sánchez, H. (2021). *Competencias pedagógicas y tecnológicas del docente para el diseño instruccional en educación virtual universitaria*. IPISA Scientia, Revista Científica Multidisciplinaria, 6(2), 82-100.
- [2] Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., y D. Godino, J. (2020). *La cuestión de la idoneidad de los vídeos educativos de matemáticas: una experiencia de análisis con futuros maestros de educación primaria*. Revista Española De Pedagogía, 78(275), 27-49.



- [3] Burgos Navarro, M., y Castillo Céspedes, M. (2021). *Criterios de idoneidad emitidos por futuros maestros de primaria en la valoración de vídeos educativos de matemáticas*. Uniciencia, 35(2), 1-17.
- [4] Charry Aysanoa, J., y Ibáñez Casas, P. (2021). *Utilización del aula virtual y aprendizaje de matemática en estudiantes de primaria de una institución educativa estatal de Lima*. UCV HACER Revista De Investigación Y Cultura, 10(1), 41-49.
- [5] Costa, D., y Gonçalves, T. (2019). *Abordajes del concepto de "Secuencia Didáctica" en tesis en el área de Educación Matemática*. REAMEC - Rede Amazônica De Educação Em Ciências E Matemática, 8(3), 313-342.
- [6] D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. (2020). *Historia del desarrollo de la didáctica de la matemática: Un estudio realizado con los medios teóricos de la EOS (enfoque ontosemiótico)*. Revista Paradigma (Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020), XLI(Junio 2020), 130-150.
- [7] Díaz-Lozada, J., y Martínez-O'Farrill, L. (2021). *La superación de profesores de Matemática: un reto para la educación secundaria básica*. Mendive. Revista De Educación, 19(1), 86-102.
- [8] Fernández-Pampillón, A. (2017). *UNE 71362: calidad de los materiales educativos digitales*. Revista AENOR, (329), 44-47.
- [9] Godino, J., Rivas, H., Burgos, M., y Wilhelmi, M. (2019). *Análisis de trayectorias didácticas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: superación de posiciones extremas objetivistas y constructivistas*. Revista Electrónica Internacional De Educación Matemática, 14(1), 147-161.
- [10] Godino, J., Burgos, M., y Wilhelmi, M. (2020). *Papel de las situaciones a-didácticas en el aprendizaje matemático. Una mirada crítica desde el enfoque ontosemiótico*. Enseñanza De Las Ciencias, 38(1), 147-164.
- [11] González, V. (2020). *Matemática en época de coronavirus: Una nueva experiencia educativa*. Prácticas Educativas En Tiempos De Pandemia, 1(1), 16-22.
- [12] Holguín-García, F., Holguín-Rangel, E., y García-Mera, N. (2020). *Gamificación en la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática*. Telos: Revista De Estudios Interdisciplinarios En Ciencias Sociales, 22(1), 62-75.
- [13] Jiménez-Espinosa, A., y Sánchez-Bareño, D. (2018). *Enseñando matemáticas con situaciones a-didácticas*. Revista boletín REDIPE, 7(12), 133-143.
- [14] Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF). (2021, julio 24). *Normativa: UNE 71362:2017 Calidad de los materiales educativos digitales. Evaluar Recursos Educativos*.
- [15] Luna Rizo, M., Ayala Ramírez, S., y Rosas Chávez, P. (2021). *El Diseño Instruccional. Elemento clave para la innovación en el aprendizaje: Modelos y Enfoques [Ebook] (1st ed., pp. 1-224)*. Astra Ediciones S. A. de C. V.

- [16] Páez, S. V., y Camani, E. (2020). *Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA): importancia y selección del diseño instruccional*. In I Congreso de Educación en Ciencias Biológicas (CECIB) (Edición virtual, 27 y 28 de noviembre de 2020).
- [17] Portugal, K., Arruda, S., y Passos Marinez, M. (2018). *Free-choice teaching: how YouTube presents a new kind of teacher*. Revista Electrónica De Enseñanza De Las Ciencias, 17(1), 183-199.
- [18] Poveda Fernández, W. E., y Aurelio Aguilar-Magallón, D. (2017). *Resolución de Problemas y Uso de Tecnologías Digitales en un Curso en Línea Masivo y Abierto*. (Spanish). *Viviente de Educación en Ciencias Ingeniería-Tecnología y Matemáticas*, p. 119-140.
- [19] Reyes-Fuentes, M., Ambrocio-Cruz, S., y Vélez-Díaz, D. (2021). *Inducción a las matemáticas empleando objetos de aprendizaje y diseño instruccional*. XIKUA Boletín Científico De La Escuela Superior De Tlahuelilpan, 9(18), 14-21.
- [20] Roalcaba Caro, J., y Soplapuco Montalvo, J. (2021). *El software educativo como estrategia didáctica en matemática*. Revista Tecnológica Ciencia y Educación Edwards Deming, 5(1), 48-56.
- [21] Rosa, M., y Clark-Orey, D. (2019). *Mathematical modelling as a virtual learning environment for teacher education programs*. UNIPLURIVERSIDAD, 19(2), 80-102.
- [22] Tarín-Ibáñez, J., y Tárraga Mínguez, R. (2021). *La resolución de problemas en los libros de texto de matemáticas de Educación Primaria: del informe Cockcroft a la actualidad*. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 107, p. 35-54.
- [23] Torres Cordero, H. (2020). *Secuencia didáctica de un módulo educativo en ciencias experimentales para jóvenes de bachillerato*. In G. Hernandez-Muñoz, *Prácticas Educativas innovadoras en el contexto universitario* (1st ed., pp. 82-88). T & R Desarrollo Empresarial S.A. de C.V.
- [24] Trigo, M. S. (2019). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Conectando el trabajo de Polya con el desarrollo del razonamiento digital*. In XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.

## DE LOS (IN)VARIANTES ARITMÉTICOS DE CATEGORÍA DIOFÁNTICA CONEXOS A UN PROBLEMA (ARGUMENTATIVO)

Óscary Ávila-Hernández – William González Calderón – Élgar Gualdrón Pinto • Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia – Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia – Universidad de Pamplona, Colombia • oavila179@unab.edu.co – wgonzalez178@unab.edu.co – egualdron@unipamplona.edu.co

La actividad de *definición* no es una tarea exclusivamente de filósofos, matemáticos, y filólogos, no obstante frente al escenario de definir un término – *abstruso y profundo* – recurrimos (generalmente) parafraseándolo en términos de un vocabulario más familiar (Quine, 1984). Dentro de la resolución de problemas el concepto & definición de *invariante* es general y variado, puede ser un cierto elemento que permanece fijo, un número y en general una propiedad (Sánchez, 2017).

Para George Polya, según Aliseda (2000) “el matemático descubre sus resultados de la misma manera que un biólogo, observando la colección de sus especímenes (sean estos números o plantas) y luego conjeturando sus conexiones y relaciones” y deja en claro que mientras la verificación por observación es suficiente para el biólogo; para aceptar lo que ha encontrado se necesita de una *prueba rigurosa* en el caso del matemático.

Históricamente las matemáticas han sido un referente fundamental en los docentes e instituciones educativas, frente al qué y cómo hacer la enseñanza; y no es secreto que la actividad académica de los profesores que enseñan matemáticas, se sustenta en su capacidad para resolver problemas en dicha área de investigación (Ávila-Hernández, 2022). Cuando consideramos a la matemática como un saber formal (rígido) enmarcado en una teoría axiomática, la enseñanza se plasma como “instructiva” y la didáctica se proyecta en la vía de la construcción de estrategias que favorezcan los conceptos y pensamientos que, previamente han sido *definidos* como necesarios. La aplicación de los *invariantes* emerge en una inferencia (lógica) de primer orden, al tener 2 estados  $\langle A, B \rangle$  y bajo un razonamiento que nos lleve de  $(A) \rightarrow (B)$  entonces el estado  $(B)$  es una consecuencia de  $(A)$ , sin embargo surge el caso ¿qué ocurre cuando no disponemos de este razonamiento? Puede ser que  $(B)$  sea consecuencia de  $(A)$  y puede que no lo sea.

En el año de 1988 el matemático David Wells efectúa la propuesta de elegir el teorema más bello, de un listado de 24 proposiciones, en la decisión habría podido influir la razón que algunos enunciados son más mencionados que otros, e igualmente interviene el hecho de otorgar a los teoremas propiedades como la de ser sencillos, generales y profundos (Campos, 2007).

Del listado mencionado sobresalen teoremas como: hay 5 poliedros regulares, todo mapa puede ser dibujado con 4 colores, todo primo  $P = 4n + 1$  se puede representar de forma única como suma de dos cuadrados, los números primos son infinitos,  $\pi$  es trascendente, y no hay un número racional cuyo cuadrado sea 2.

Desde el escenario académico del quehacer docente sobre las pruebas y demostraciones, se puede enunciar que las pruebas deductivas provienen de Grecia, y que la demostración es el principal método de justificación dentro de las matemáticas (Ávila-Hernández, 2016; Zalamea, 2009). Así mismo Tymoczko (1979) frente al arte de la demostración manifiesta que se deben considerar 3 características: ser convincente, aspecto clave para comprender la matemática como actividad humana; el dejarse examinar, es decir, las pruebas son garantías del conocimiento matemático y por tanto deben ser comprendidas por los matemáticos; y el poderse formalizar en el sentido de la lógica matemática, esto implica la categoría de ser una secuencia finita de fórmulas, dentro de un sistema axiomático que satisface determinadas condiciones.

El referenciado trabajo soporta la pregunta de investigación sobre la riqueza didáctica y argumentativa, conexa a un problema aritmético de estructura diofántica, dentro de la teoría de números (Ávila-Hernández, 2022). Para sustentar la mencionada pregunta de investigación acudimos a los trabajos adelantados por De Oliveira (2017) e igualmente por Romero & Rico (1996) frente al desarrollo del teorema de la irracionalidad en el caso  $(\sqrt{2})$ . **Palabras clave:** Argumentación matemática· educación matemática· invariante aritmético· resolución de problemas· teoría de números.

## Referencias

- [1] Aliseda, A (2000). *Heurística, Hipótesis y Demostración en Matemáticas*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- [2] Ávila-Hernández, Ó. (2016). Sobre la doxa y el logos en el aula de matemáticas frente a la argumentación. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1b), pp. 40-42.
- [3] Ávila-Hernández, Ó y González, W. (2018). De las definiciones ad-hoc en el aula rural: barrunta y argumentación matemática. *Actas VIII Simposio de Matemáticas y Educación Matemática*. Bogotá, Colombia.
- [4] Ávila-Hernández, Ó. (2022). *Acerca de las estructuras argumentativas e invariantes aritméticos (eidal) en el aula*. Problema de investigación de maestría: Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia.
- [5] Campos, A. (2007). *El más bello teorema*. Revista del Instituto de Matemática y Física. Año 10, N° 14, pp. 60-79.
- [6] De Oliveira, Z. (2017). *Um olhar sobre as demonstrações da irracionalidade de raiz de dois e zeta de três*. (Dissertação de Mestrado). Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brasil.
- [7] Quine, W. V. (1984). *Desde un punto de vista lógico*. Madrid, España: Ediciones Orbis.
- [8] Romero, I, & Rico, L. (1996). Sobre la introducción del concepto de irracionalidad en enseñanza secundaria: el caso de  $\sqrt{2}$ . *Educación Matemática*, 8(2), pp. 18-32.
- [9] Sánchez, J.F. (2017). *Invariantes en la resolución de problemas*. (Tesis máster en matemáticas). Universidad de Granada, España.
- [10] Tymoczko, T. (1979). *The four-color problem and its philosophical significance*. The Journal of Philosophy, 76(2), pp. 57-83.
- [11] Zalamea, F. (2009). *La Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*. Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

## SOBRE UN FUNDAMENTAL PROBLEMA DE CATEGORÍA ARITMÉTICA: GENERACIÓN DE SECUENCIAS & SUMAS DE CUADRADOS

Óscary Ávila-Hernández – William González Calderón – Élgar Gualdrón Pinto • Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia – Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia – Universidad de Pamplona, Colombia • oavila179@unab.edu.co – wgonzalez178@unab.edu.co – egualdrón@unipamplona.edu.co

Dentro de los desafíos que poseen las matemáticas se encuentra la de *caracterizar* conjuntos dotados de propiedades interesantes; teóricos y especialistas dentro de la referenciada área de investigación buscan *caracterizar* la estructura de grupos, anillos, espacios vectoriales, métricos o topológicos, independiente del área de estudio se construyen objetos similares y en el mejor de los casos, el ideal, un conjunto (finito) de ellos adquiere la categoría de representar a los demás (Mesa, 2001). Igualmente el patrimonio de las ciencias matemáticas del siglo XIX se ve hoy plasmado; y problemas abiertos de

la época en áreas como la teoría de números, la combinatoria enumerativa, y la teoría de grafos, continúan siendo referentes y motivo de investigación para el soporte y desarrollo de las propias matemáticas (Bor, 1998).

En cuanto al proceso de la actividad matemática, ella se fundamenta en principios como los de argumentar y conjeturar, procesos que deben proyectarse desde el educando con el fin de fundamentar y facilitar el desarrollo sobre desafíos trascendentales, como lo es la resolución y planteamientos de problemas. Potencialmente en las matemáticas algunas preguntas y problemas se encuentran conexos a una estructura de secuencia, y son las funciones un escenario de investigación y método para proyectar la construcción de la referenciada secuencia (Ávila-Hernández, 2006). Lo que se entiende por obtener una secuencia es describir una expresión algebraica y analítica, de forma simple y explícita para la secuencia. Frente al tópico de investigación de los números primos ( $P$ ), la disciplina matemática acreditada para el estudio y propiedades que anidan en el mencionado conjunto infinito, es la teoría de números, y han sido estos números ( $P$ ) la fuente para conectar problemas de investigación en áreas de las matemáticas, como la geometría algebraica, el álgebra abstracta, y la criptografía de curvas elípticas (Ávila-Hernández, 2014)

Los objetos *<que>* de la matemática intuicionista son pruebas constructivas: deducciones efectivamente controladas donde ( $n$ ) construcciones dan lugar a una  $(n + 1)$ -ésima construcción (Zalamea, 2009), y gracias a Euclides se conoce sobre el tamaño infinito del conjunto de números primos ( $P$ ), y no se ha logrado actualmente una expresión *-polinomial elemental-* que los genere a todos (Granados-Ávila, 2011) y parte de la dificultad radica en que existen secuencias (cadenas) de números consecutivos de tamaño  $2P - 1$  que son números compuestos; e igualmente para la secuencia  $(2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots)$  el término  $n$ -ésimo no se puede expresar de forma explícita y simple.

Bajo el anterior panorama se soporta nuestra pregunta de investigación, acerca de rol de la educación matemática para abordar y construir un sistema de actividades (unidades didácticas) que favorezcan e introduzcan el escenario de los polinomios y secuencias elementales (como suma de cuadrados) para fortalecer en el educando el estudio de los números primos. Basados en los referentes teóricos (Andrews, 1971; Cox, 1989; Granados-Ávila, 2011; Guy, 2013) se pretende exponer las actividades de aula, y documentar las respuestas que exhiben un grupo de educandos (que comparte la escolaridad de secundaria rural en Colombia) frente al problema aritmético de estudiar secuencias y expresiones polinomiales (elementales) para generar parcialmente números primos ( $P$ ).

**Palabras clave:** Educación matemática, números primos, polinomios cuadráticos, resolución de problemas, teoría de números.

## Referencias

- [1] Andrews, G. E. (1971). *Number theory*. Library of Congress. Courier Corporation and W.B Saunders Company.
- [2] Ávila-Hernández, Ó. (2006). *El descenso infinito y la representación de enteros como sumas de cuadrados: una visión elemental*. Actas XVI Encuentro de Geometría y Aritmética. (pp. 481-484).

Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

- [3] Ávila-Hernández, Ö. (2014). *Pensamiento algebraico en la vía del algoritmo de Euclides*. Actas IX Encuentro Iberoamericano de Educación. (pp. 57-58). Colombia, Universidad Autónoma de Bucaramanga.
- [4] Bor, G. (1998). *Introducción a la teoría de números*. Centro de Investigación en Matemáticas CIMAT, México.
- [5] Cox, D.A. (1989). *Primes of the form  $x^2 + ny^2$* . New York: Library of Congress John Wiley and Sons.
- [6] González, F. (2013). *Introducción al Pensamiento Algebraico. Estudio y reconocimiento de patrones*. Ediciones Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM), Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Venezuela.
- [7] Granados-Avila, J.D. (2011). *Factorización prima de números naturales para estudiante de tercer ciclo*. Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- [8] Guy, R. (2013). *Unsolved problems in number theory*. Springer Science And Business Media.
- [9] Mesa, H. (2001). *Fractales, códigos y grafos*. Revista Integración. 19(1), pp. 13-21.
- [10] Zalamea, F. (2009). *La Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*. Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

## MODELADO DE COVID-19 EN ECUADOR. CASO ESTUDIO: QUITO Y GUAYAQUIL

Anabelle Chacón Castro • Universidad San Francisco de Quito, ECUADOR •  
archaconc@usfq.edu.ec

Los modelos epidemiológicos se basan en el clásico SIR que contempla las variables S-susceptibles, I-infectados, R-recuperados; estos últimos consideran los que no pueden contagiar e incluyen a los fallecidos. El modelo que se plantea es el modelo SIR-F, que separa a los fallecidos y los ubica como una nueva variable, la misma que resulta notaria al momento de considerar un universo pequeño. Por eso, este modelo tiene la particularidad de focalizarse en poblaciones específicas donde el número de muertos resulta notable. Además, considera factores exógenos a la enfermedad como son indicadores socio económicos e índices de salud, que nos son considerados por los modelos tradicionales SIR que solamente se basan en los factores endógenos propios de la enfermedad. Esto permite medir el grado de incidencia de cada uno de estos elementos frente a las características propias de la enfermedad.

### Referencias

- [1] BBC. (2020). Coronavirus: los gráficos que muestran cuáles son los focos de la pandemia en todo el mundo a 6 meses de su declaración. BBC NEWS. <https://www.bbc.com/mundo/noticias-internacional-54135007>

- [2] Castán Lanasa, G. (2020). La construcción de la idea de la peste negra (1348-1350) como catástrofe demográfica en la historiografía española (E. U. de Salamanca (ed.)).
- [3] Castaneda Gullot, C., & Ramos Serpa, G. (2020). Principales pandemias en la historia de la humanidad. *Revista Cubana de Pediatría*, 92.
- [4] Castro L, R. (2020). Coronavirus, una historia en desarrollo. *Rev. Méd. Chile*, 148(2). El UNIVERSO. (2021). Guayaquil: Familias enteras sufren por COVID-19; se contagiaron en reuniones de diversos tipos. <https://www.eluniverso.com/guayaquil/2021/01/10/nota/9368671/familias-enteras-sufren-covid-19-se-contagiaron-reuniones-diversos/>
- [5] Franco, E. F., Calderon, V. V., & Ramos, R. T. (2020). Modelos De Predicción Del Impacto Y Evolución Del Covid-19 En República Dominicana. *Ciencia, Ambiente y Clima*, 3(1), 5–21.
- [6] Gutiérrez, J. M., & Varona, J. L. (2020). Análisis de la posible evolución de la epidemia de coronavirus COVID-19 por medio de un modelo SEIR.

## PERFIL DEL PROFESOR UNIVERSITARIO PARA UN SISTEMA DE EDUCACIÓN ONLINE POSTPANDEMIA

Mireya Bracamonte • FCNM-ESPOL, Ecuador • [mrbacam@espol.edu.ec](mailto:mrbacam@espol.edu.ec)

Una de las innovaciones en educación que trajo el siglo XXI fue el establecimiento de la modalidad "online", esto es la transferencia de conocimiento utilizando comunicación multimedia sin la existencia de restricciones espaciales o temporales. La pandemia COVID-19 no solo obligó a los sistemas educativos del mundo a utilizar esta innovación emergentemente, sino que la consolidó en el periodo postpandemia que vivimos, al punto que los expertos y hasta el público en general acepta que la educación online "vino para quedarse". Todo investigador conoce que el evento sanitario forzó a directivos y académicos a aunar esfuerzos para que los objetivos educacionales del sistema sufriesen lo menos posibles. Hubo que improvisar y aun quienes no creían en la educación online hicieron su mejor esfuerzo para conseguir los objetivos educacionales que el sistema los hacía responsables. El propósito de este trabajo es investigar el perfil que debe tener un profesor que va a utilizar la modalidad online para proveer educación de calidad. Se parte del supuesto de que no basta tener experticia en el manejo de los medios utilizados para comunicación remota, sino que además deben darse condiciones imprescindibles de carácter pedagógicas, ambientales y psicológicas. Estas condiciones se establecen a través de la técnica de focus group, desde donde se genera un cuestionario para ser aplicado a profesores del nivel terciarios del país.

# DIAGNÓSTICO DE CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS PREVIOS PARA UN PRIMER CURSO UNIVERSITARIO A TRAVÉS DE ALGUNOS ERRORES

Ramón Abancin • Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Ecuador •  
ramon.abancin@esPOCH.edu.ec

Dentro del contexto de la Educación Superior, la aparición y persistencia de errores matemáticos en las producciones (escritas y orales) de los estudiantes, principalmente aquellos concernientes con contenidos ya abordados en Educación Media General (Bachillerato), se convierten en obstáculos que entorpecen el óptimo desarrollo de los nuevos contenidos, manifestándose en dificultades durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática universitaria. En tal sentido, el propósito de la presente investigación fue abordar la identificación de errores matemáticos latentes en los conocimientos previos, necesarios para el desempeño de los estudiantes en un primer curso universitario. Así como, resaltar su importancia y utilidad como una estrategia alternativa para solventar su persistencia. Así, la investigación fue abordada bajo un enfoque metodológico cualitativo, con alcance de tipo descriptivo y diseño de investigación documental. Como resultado, se diseñó un instrumento diagnóstico basado en una tipificación de errores matemáticos propuesta por Abancin y Castillo (2022), contemplando diez categorías que recogen la diversidad de errores comunes en las evaluaciones matemáticas de un primer curso universitario. Se concluye resaltando la importancia de identificar y analizar los errores matemáticos a tiempo en los estudiantes que inician estudios universitarios, puesto que su presencia dificulta la adquisición de nuevos conocimientos. Por tal razón, conocerlos permitiría diseñar e implementar estrategias puntuales que contribuyan a suprimirlos, o por lo menos, minimizar su incidencia. Finalmente, el trabajo se enmarca y complementa con una bibliografía sobre errores matemáticos, basada en artículos y textos clásicos de indudable interés ([1], [2], [3], [4] y [5]).

## Referencias

- [1] R. A. Abancin Ospina & C. N. Castillo Marrero. Tipificación de errores en evaluaciones matemáticas de un primer curso universitario. *Explorador Digital* Vol. 6, Núm. 3, (2022), 6–27. <https://doi.org/10.33262/exploradordigital.v6i3.2196>
- [2] R. Abrate, M. Pochulu, & J. Vargas. *Errores y dificultades en matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de Villa María. (2006).
- [3] S. Del Puerto, C. Minnaard, S., & Seminara. Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*. Vol. 38, Núm. 4, (2006), 1–12. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?Codigo=1704266>



- [4] D. D. Farías, R. Abancin, & J. Pérez. Potenciación en el aula de clases en estudiantes que inician estudios superiores. *Paradigma* Vol. 42, Núm. 2, (2021), 110–129. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p110-129.id958>
- [5] M. Pochulu. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, Vol. 35, Núm. 4, (2005), 1–15.

## **PERFIL DE ESTUDIANTES CON CHAEA, TEST DE INTELIGENCIAS Y NIVEL SOCIOECONÓMICO CON ESCALADO MULTIDIMENSIONAL**

Jácome, Gabriela – Rodríguez, Diego • Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Ecuador –  
Universidad Central del Ecuador • [diegof.rodriguez.ch@gmail.com](mailto:diegof.rodriguez.ch@gmail.com)

En este artículo se determina el perfil del estudiante a través de la aplicación de cuestionarios CHAEA, el test de inteligencias múltiples de Howard Gardner y la identificación de las condiciones socioeconómicas. Para procesar la información obtenida se utiliza un algoritmo informático en Matlab. Este software usa los coeficientes de similitud de Sokal-Michener con el fin de establecer un espacio de medida y así representar a las personas analizadas, cada una con sus cualidades específicas; luego, se determina cuantitativamente la distancia que existe entre ellos. Según los resultados existen estilos de aprendizaje puros y mixtos; el más frecuente entre el grupo objetivo fue el reflexivo; mientras que para inteligencias se identifica 7 de 8 tipos y la mitad de la población objetivo tiene inteligencia interpersonal. Mediante simulaciones se establece que, al estimular determinadas características, estas se pueden alejar o acercar a un estilo o inteligencia.

## **SOBRE LA EVOLUCIÓN DEL CONTENIDO PROGRAMÁTICO DE MATEMÁTICAS EN EL ECUADOR, UN ENFOQUE DISTINTO**

Antonio Di Teodoro – Elaine Etter – Veronica Ponce • Departamento de matemática, Colegio Politécnico, Universidad San Francisco de Quito – Independent Scholar – Colegio Johannes Kepler  
• [nditeodoro@usfq.edu.ec](mailto:nditeodoro@usfq.edu.ec) - [efetter@live.com](mailto:efetter@live.com) - [vponce@jkepler.edu.ec](mailto:vponce@jkepler.edu.ec)

En esta charla vamos a presentar un enfoque distinto de cómo puede ser abordado el currículo nacional desde primaria, hasta secundaria. Partiendo de la geometría hasta llegar a las estructuras algebraicas más complejas. Se pretende mostrar una propuesta de currículo en combinación con las artes liberales, mostrando estrategias pedagógicas que estén conectadas con el entorno social, natural y artístico.

## Referencias

- [1] Bryne, O. (2010). *Los elementos de Euclides: los primeros 6 libros*. España: Taschen.
- [2] Gallardo, J., González, J. L. y Quispe, W. (2008). *Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11(3): 355 – 382.
- [3] Gorman, R. (1972). *Introducción a Piaget*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- [4] Vygotski, Lev S. (2000). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona, España: Crítica.

## **SESIÓN: Aplicaciones de la Estadística y de la Ciencia de Datos**

En los últimos años hay una buena cantidad de trabajos de aplicación de modernos métodos estadísticos y de tratamiento de grandes volúmenes de datos que tienen interés tanto desde el punto de vista metodológico, por la forma de tratar la información contenida en los datos, como por la relevancia de las aplicaciones mismas en diversos campos del conocimiento. Se muestra así el carácter multidisciplinario que puede tener el tratamiento de datos y motiva el intercambio de conocimientos entre diversas áreas. En esta sesión se presentarán trabajos originales en aplicaciones diversas que pueden ir de la biología a las finanzas o la economía y que expongan usos de herramientas estadísticas y del tratamiento de datos.

# UNA ESTRATEGIA AUTOMÁTICA Y PERSONALIZADA PARA CALIFICAR, RASTREAR Y MONITOREAR EL RIESGO DE CRÉDITO Y COBRANZAS UTILIZANDO MÉTODOS DE APRENDIZAJE AUTOMÁTICO E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Adriana Uquillas • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • [adriana.uquillas@epn.edu.ec](mailto:adriana.uquillas@epn.edu.ec)

*Departamento de Matemáticas*

En respuesta a los desafíos actuales respecto a investigación y desarrollo en inteligencia crediticia, proponemos una estrategia automática y personalizada para la puntuación, el seguimiento y el control del riesgo de crédito y cobranza. Construimos un motor analítico que incluye el tratamiento de grandes volúmenes de información mediante técnicas de minería de datos, identificación, creación y transformación de variables, y un conjunto de técnicas de aprendizaje automático e inteligencia artificial. Para este módulo incorporamos además formas de búsqueda automática para reducir la interacción manual. Utilizamos bases de datos públicas y propias para realizar experimentos y compararlos con los más recientes métodos de evaluación de crédito. Extensos experimentos han demostrado que nuestra propuesta logra mejoras notables cuando se trata de poder de discriminación.

## IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS DE APRENDIZAJE

### ESTADÍSTICO PARA SECUENCIAR ÓRDENES DE PRODUCCIÓN

Johny Pambabay – Daniel Castro – Sergio Bauz • Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador – Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador – Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador • [jpambaba@espol.edu.ec](mailto:jpambaba@espol.edu.ec) – [dcastro@espol.edu.ec](mailto:dcastro@espol.edu.ec) – [seraubauz@espol.edu.ec](mailto:seraubauz@espol.edu.ec)

Los algoritmos de aprendizaje estadístico tienen un ámbito de aplicación amplio, en el presente trabajo se aplicaron para definir la secuenciación de las órdenes de producción de una empresa de la industria de producción de alimentos para mascotas. Inicialmente se implementó un algoritmo determinístico-estocástico generador de secuencias de producción a partir de las órdenes de producción reales, también se crearon variables adicionales asociadas a estas secuencias y luego se clasificaron las mismas en dos niveles; secuencia óptima y secuencia no óptima. Con estas variables se crearon dos conjuntos de datos: conjunto 1 contiene la secuencia de producción modelada como variables indicadoras y conjunto 2 sin estas. A partir de los conjuntos creados se implementaron y ajustaron los algoritmos de clasificación: Máquina Vector Soporte y Árbol de Clasificación (An Introduction to Statistical Learning, 2013), finalmente con los modelos obtenidos se evaluó su desempeño en la partición de entrenamiento y prueba mediante las métricas de la matriz de confusión. Finalmente se constató el rendimiento del algoritmo Máquina Vector Soporte es superior al del Árbol Clasificación para el conjunto 2. Para el conjunto 1, el desempeño del algoritmo Máquina Vector Soporte varía sustancialmente según el kernel. El desempeño del Algoritmo Árbol de Clasificación se mantiene estable en ambos conjuntos.

## Referencias

- [1] An Introduction to Statistical Learning. (2013). En J. Gareth, D. Witten, T. Hastie, & R. Tibshirani, *An Introduction to Statistical Learning*, (2013) 303–368. Springer.

### **DETERMINANTES DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES QUE PARTICIPAN EN LAS PRUEBAS PISA EN EL PERIODO 2000-2015**

Cruz Diana • Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ecuador • dcruz256@puce.edu.ec

En este trabajo se analizan los determinantes del rendimiento educativo de estudiantes de países que rindieron las pruebas PISA durante el periodo 2000 – 2015, se lo realizó para poder explicar las diferencias entre las notas de los estudiantes, los temas evaluados fueron: matemáticas, lenguaje y ciencias naturales. Inicialmente, se realiza un análisis de componentes principales para transformar las tres materias en un índice principal, los datos son presentados por la OCDE. Luego se realiza un modelo multinivel lineal de tres niveles: país, escuela y estudiante; este método soluciona la correlación que existe entre las observaciones por encontrarse dentro de grupos y compartir características.

Se analizan las características socioeconómicas del hogar del estudiante y su familia, las cualidades de las escuelas donde asiste el estudiante y las características de los docentes que imparten clases, y variables que se relacionan con el nivel económico y de desarrollo de los países donde habitan los alumnos. Los principales resultados apuntan a: i) incentivar la lectura porque mejora las calificaciones; ii) manejar eficientemente el presupuesto de las escuelas para que no tengan escasez de personal calificado, iii) mejorar el control acerca de la asistencia de los profesores y autoridades; iv) incentivar a que las aulas no se encuentren aglomeradas por muchos estudiantes ya que afecta negativamente al aprendizaje; v) cerciorarse que los profesores sean certificados y tengan título de tercer nivel; vi) un estudiante que viva en un país con mayor crecimiento económico, es más probable que tenga una calificación más alta

## Referencias

- [1] OCDE. (2001). *Primeros Resultados del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) 2000 de la OCDE*. OCDE.
- [2] OCDE. (2007). *PISA 2006 Marco de Evaluación: Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. OCDE.

### **FAST COMPUTATION OF ROBUST SUBSPACE ESTIMATORS**

Dimension reduction is often an important step in the analysis of high-dimensional data. PCA is a popular technique to find the best low-dimensional approximation of high dimensional data. However, classical PCA is very sensitive to atypical data. Robust methods to estimate the low-dimensional subspace that best approximates the regular data have been proposed. However, for high-dimensional data these algorithms become computationally expensive. Alternative algorithms for the robust subspace estimators are proposed that are better suited to compute the solution for high-dimensional problems. The main ingredients of the new algorithms are twofold. First, the principal directions of the subspace are estimated directly by iterating the first order solutions corresponding to the estimators. Second, to reduce the computation time even further five robust deterministic values are proposed to initialize the algorithms instead of using random starting values. It is shown that the new algorithms yield robust solutions and the computation time is largely reduced, especially for high-dimensional data.

## **MODELO LOGÍSTICO MULTINOMIAL PARA DATOS DE AREA PARA ESTIMAR LA PROBABILIDAD OCURRENCIA DE UN HOMICIDIO INTENCIONAL POR TIPO DE ARMA EN EL ECUADOR**

Mauricio Abril Donoso – Paul Toasa – Miguel Flores • Instituto de Altos Estudios Nacionales  
IAENI, Ecuador – KIT Stahl und Leichtbau, Versuchsanstalt fuer Stahl, Holz und Steine, Germany  
– Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • mauricioabrilondonoso@gmail.com –  
paul.toasa@kit.edu – miguel.flores@epn.edu.ec

A nivel internacional, la Tasa de Homicidios Intencionales (THI) es un indicador que se utiliza para medir los niveles de violencia en un País. En el Ecuador, la institución que se encarga de recabar la información de homicidios, es la Policía Nacional del Ecuador, institución que ha intervenido muy técnicamente en la consolidación en la base de datos utilizada para el modelamiento en este estudio. Esto ha permitido contar con un insumo de calidad para generar conocimiento sobre el fenómeno que se tiene en el país, que como es conocido en los últimos años se ha profundizado debido a diferentes factores sociales, económicos, demográficos y entre otros.

En este trabajo, se estima la probabilidad ocurrencia de un Homicidio Intencional por tipo de arma en el Ecuador, a nivel de provincia y cantón; se obtiene que entre las variables consideradas, son significativas para la explicación del modelo logístico multinomial: el tipo de delito, provincia, lugar, horario, edad y sexo.

Entre los resultados obtenidos, se tienen, mapas de probabilidad (riesgo) de que se cometa un delito asociado con los homicidios intencionales, por el tipo de arma distribuido por provincia y cantón. También, se tiene mapas obtenidos a partir de la medición de la correlación espacial del indicador entre las unidades análisis, con la finalidad de

considerar, si existe una estructura de dependencia espacial que será incluida en futuros trabajos como una alternativa de modelado.

## Referencias

- [1] Z. Zhou and J. Wu. Attractive Periodic Orbits in Nonlinear Discrete time Neural Networks with Delayed Feedback. *J. Difference. Equ. and Appl.* Vol.8, (2001) 467–483. Mahfoud, M., Bernasco, W., Bhulai, S., and Van der Mei, R. (2020). Forecasting Spatio Temporal Variation in Residential Burglary with the Integrated Laplace Approximation Framework: Effects of Crime Generators, (2021), 699-711.
- [2] Street Networks, and Prior Crimes. *Journal of Quantitative Criminology*, 835-862 *J. Difference. Equ. and Appl.*
- [3] McCullagh, P., and Nelder, J. (1989). *Generalized Linear Models*. London: Chapman and Hall *J. Difference. Equ. and Appl.*
- [4] Ando, V., and San Martín, R. (2004). Regresión Logística Multinomial. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 323-327 *J. Difference. Equ. and Appl.*
- [5] PNUD, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. (2020). Análisis sobre innovación en seguridad ciudadana y derechos humanos en América Latina y El Caribe. Panamá PNUD *J. Difference. Equ. and Appl.*

## GUÍA PARA EL META-ANÁLISIS DE PRUEBAS DIAGNÓSTICAS EN PACIENTES CON ESPECTRO AUTISTA: UN ENFOQUE DESDE RSTUDIO.

Johny Pambabay – Sergio Bauz – Pedro Goya • Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador •  
jpambaba@espol.edu.ec - serabauz@espol.edu.ec - pedjgoya@espol.edu.ec

Las medidas de la sensibilidad y especificidad son el centro de estudio en las pruebas diagnósticas, sin embargo, la existencia de la heterogeneidad estadística en las poblaciones de las revisiones sistemáticas crea un panorama de múltiples vertientes al momento de buscar resultados que describan adecuadamente los test diagnósticos. En este trabajo se propone un diagrama de decisión que describa el óptimo proceso para el enfoque estadístico apropiado según el conjunto de datos en revisión. Como programa estadístico se usará R y un conjunto de paquetes escogidos que representen cada uno de los enfoques ya sean modelos basados en parámetros o modelos robustos que se basan en la simetría respecto a su mediana. En adición otros aspectos que suelen ser aplicados de manera sistemática sin conocer el funcionamiento interno como los efectos fijos y aleatorios en las poblaciones de los resultados diagnósticos son analizados en el diagrama para la toma de decisión con la finalidad de que el investigador tome el resultado que mejor se ajuste a su hipótesis de investigación.

## Referencias

- [1] Zapf, A., Albert, C., Frömke, C., Haase, M., Hoyer, A., Jones, H. E., & Rucker, G. Meta-analysis of diagnostic accuracy studies with multiple thresholds: Comparison of different approaches. *Biometrical Journal* ,**63**(4), (2021), 699-711.

### **MTEST: A BOOTSTRAP TEST FOR MULTICOLLINEARITY**

Victor Morales – Bolívar Morales • Universidad San Francisco de Quito, Ecuador –Universidad Técnica de Ambato, Ecuador • victor.morales@uv.cl – be.morales@uta.edu.ec  
*Colegio de Administración y Economía–Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial*

A non parametric test based on bootstrap for detecting multicollinearity is proposed: MTest. This test gives statistical support to two of the most famous methods for detecting multicollinearity in applied work: Klein’s rule and Variance Inflation Factor (VIF for essential multicollinearity)[1, 2]. As part of the procedure, MTest generates a bootstrap distribution for the coefficient of determination which: i) lets the researcher assess multicollinearity by setting a statistical significance  $\alpha$ , or more precisely, an achieved significance level (ASL) for a given threshold, ii) using a pairwise Kolmogorov-Smirnov (KS) test, establishes a guide for an educated removal of variables that are causing multicollinearity. In order to show the benefits of MTest, the procedure is computationally implemented in a function for linear regression models. These function is tested in numerical experiments that match the expected results. Finally, this paper makes an application of MTest to real data known to have multicollinearity problems and successfully detects multicollinearity with a given ASL [3].

## Referencias

- [1] Farrar, D. E., Glauber, R. R., (1967). Identities for negative moments of quadratic forms in normal variables. *The Review of Economic and Statistics*, 49, 92-107. <https://doi.org/10.1016/j.j.spl.2008.12.004>
- [2] Salmerón-Gómez, R., García-García, C., and García-Pérez, J. (2021). Detection of Near-Multicollinearity through Centered and Noncentered Regression. *Mathematics*, 8(6), 931-948.<https://doi.org/10.3390/math8060931>
- [3] Morales-Oñate, V. and Morales-Oñate, B (2022). MTest: a bootstrap test for multicollinearity . *Munich Personal RePEc Archive*, <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/id/eprint/112332>



## **SESIÓN: Modelos lógico combinatorios, cálculo de tensores típicos y perspectivas de paralelización**

En esta sesión se expondrán trabajos originales que describan el propósito de los testores y mencionen algunos de los algoritmos relacionados, la importancia de reducir el número de variables y, en términos sencillos, lo que se puede lograr con los testores.

## **BÚSQUEDA Y APLICACIÓN DE TESTORES TÍPICOS EN BASES REALES DE DATOS DE CLASIFICACIÓN**

Mateo Martínez – Julio Ibarra – Eduardo alba • Universidad San Francisco de Quito, Ecuador •  
mmartinez@estud.usfq.edu.ec - jibarra@usfq.edu.ec - ealba@usfq.edu.ec

El objetivo de este trabajo es aplicar la teoría de testores en un problema físico de la vida real: la clasificación de estrellas en dos categorías. Para el proceso de clasificación se aplicarán técnicas usadas en la Teoría de Testores, usando esta teoría se reduce el número de características significativas necesarias para el proceso de clasificación usando una red neuronal programada en Python. Se realiza un proceso de comparación entre la red neuronal entrenada con todas las características y la red usando un testor típico. Adicionalmente, se aplica el análisis de componentes principales (Principal Component Analysis PCA) para contrastar los resultados obtenidos para el proceso de clasificación.

### **ALGORITMO LEX**

José Ocampo – Julio Ibarra– Eduardo Alba • Universidad San Francisco de Quito, Ecuador •  
jocampo@estud.usfq.edu.ec - jibarra@estud.usfq.edu.ec - ealba@estud.usfq.edu.ec

El problema de búsqueda por fuerza bruta de testores típicos se vuelve rápidamente inmanejable cuando el número de columnas de la matriz de disimilaridad incrementa, ya que el espacio de búsqueda crece como  $2^N$ . El algoritmo Lex permite acelerar la búsqueda haciendo saltos inteligentes basados en el orden lexicográfico, con la ventaja de que podemos asegurar que en los saltos no omitimos posibles testores típicos.

### **ALGORITMO DE PARALELIZACIÓN PARA EL CÁLCULO DE TESTORES TÍPICOS BASADO EN YYC**

Ariana Soria – Julio Ibarra – Eduardo alba • Universidad San Francisco de Quito, Ecuador •  
aesorial@estud.usfq.edu.ec -jibarra@usfq.edu.ec

Dentro del área de reconocimiento de patrones, una de las principales preocupaciones es la de conseguir algoritmos que sean eficientes en términos de tiempo y de reconocimiento. Motivados por este objetivo, se han desarrollado teorías matemáticas que sirven como base fundamental para desarrollar algoritmos que reducen la cantidad de características necesarias para realizar buenas discriminaciones por clases. Una de estas teorías se llama: Teoría de Testores. En el presente trabajo se propone un método innovador para hallar testores típicos, los cuales permiten la reducción de características para realizar procesos de clasificación o reconocimiento. El método está respaldado por fundamentos matemáticos que vienen de Teoría de Testores. El algoritmo propuesto consiste en dividir una matriz básica en bloques, luego se hallan los testores típicos de

los bloques definidos y para encontrar los testores típicos de la matriz básica completa se prueban uniones entre los elementos de estos conjuntos obtenidos de los bloques. Para hallar los testores típicos de los bloques se optó por usar el algoritmo YYC. El desempeño del método es evaluado mediante el uso de matrices sintéticas. Se compararan los tiempos de ejecución del método tanto en su versión paralelizada como secuencial y se contraste con el algoritmo YYC usado para la matriz básica completa. Se detallan las características de las matrices en las cuales el método propuesto resulta ser más eficiente. Además, se discuten las razones por las cuales el algoritmo puede llegar a ser deficiente y cómo podría ser implementado con algoritmos diferentes al YYC para obtener los testores típicos de los bloques en el proceso de paralelización.

## **SESIÓN: Investigación de Operaciones**

El objetivo de esta sesión es presentar resultados originales de la aplicación de modelos y técnicas de la Investigación de Operaciones para la solución de problemas prácticos de la industria y sociedad, principalmente en el área de la optimización de redes de transportación y logística, tanto públicas como privadas. Se presentarán resultados teóricos y prácticos. Para los problemas propuestos, se expondrán modelos matemáticos, técnicas de solución e implementaciones computacionales.

## MÉTODOS ESPECTRALES PARA PARTICIONAMIENTO DE GRAFOS EN COMPONENTES CONEXAS

Andrés Miniguano – Diego Recalde – Ramiro Torres– Polo Vaca • Maxwell Institute for  
Mathematical sciences, Reino Unido– Escuela Politécnica Nacional, Ecuador – Escuela Politécnica  
Nacional, Ecuador– Escuela Politécnica Nacional, Ecuador •  
Andres.Miniguano-Trujillo@ed.ac.uk- diego.recalde@epn.edu.ec -  
ramiro.torres@epn.edu.ec- polo.vaca@epn.edu.ec

En este trabajo presentamos una metodología basada en información espectral de la matriz de incidencia de un grafo para resolver el problema de particionamiento de grafos en componentes conexas. Dado un grafo no dirigido con costos sobre las aristas, el problema consiste en determinar una partición del conjunto de nodos tal que el costo total de las aristas de los subgrafos inducidos sea mínimo.

Para resolver este problema, se propone un modelo de programación lineal entera basado en la metodología de generación de columnas. Las columnas son generadas mediante un algoritmo de búsqueda local apoyado con un algoritmo de particionamiento espectral para determinar un conjunto de columnas factibles, es decir, una partición, en cada iteración del método.

## UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL PARA ASIGNACIÓN DE INVENTARIO EN LA INDUSTRIA FLORÍCOLA

Viteri Estefano – Acosta Karen– Miniguano Andrés– Recalde Diego– Dueñas J. • Escuela  
Politécnica Nacional, Ecuador – Green Applications Consulting LLC, PAIS 2 – Green Applications  
Consulting LLC, PAIS– Escuela Politécnica Nacional, Ecuador– • estefano.viteri@epn.edu.ec  
- tefa20\_94@hotmail.com - andres.mt@aim.com, diego.recalde@epn.edu.ec-

En el presente trabajo el problema de asignación de inventario en un sistema de fincas productoras de flores es presentado. El problema se produce en un sistema que comprende varios actores, unos que comercializan productos de flor (comercializadoras) y otros que producen flores (fincas) para satisfacer dichos productos. Un producto es definido como un conjunto de cajas donde todas ellas poseen una misma configuración de flores (receta). Una flor puede ser clasificada de acuerdo a 4 criterios: tipo, color, grado y variedad. Por ejemplo, una flor puede ser del tipo rosa, color blanca, grado 80cm y variedad vendela. Y una receta es una combinación de diferentes cantidades de tallos de varios tipos de flor, color, grado y variedad. Por tanto, es posible considerar un producto como el pedido de 100 cajas donde la receta en cada caja posee 10 tallos de Rosa-blanca-60-vendela y 5 tallos de Rosa-roja-50-freedom implicando que se necesitan 150 tallos para completar la orden. En la industria florícola existen alrededor de 60 tipos de flores cada uno con diferentes colores, grados y variedades lo que produce una gran cantidad de combinaciones posibles, mostrando la complejidad que puede poseer un

producto. Así, el problema consiste en que cada producto o cierta cantidad de cajas en él debe ser asignado a una o más fincas para ser cumplido de acuerdo a la disponibilidad de flor en cada finca. Cabe notar que no todas las fincas producen todos los tipos de flores por lo que cada producto posee un subconjunto de fincas factible para poder ser realizado. Además, por temas económicos se busca que luego de asignar los productos entre las fincas, estas hayan utilizado el mismo porcentaje de flor, es decir, que la asignación sea equitativa. Adicionalmente, es deseable que un producto se realice en una sola finca pues beneficia la logística de inventario y entrega luego de que el producto sale de la finca, cuando esto no sucede se dice que el producto es fraccionado. Por otro lado, dado que la oferta no siempre permite asignar todos los productos se tiene una prioridad para cada uno de ellos, de tal modo que se tenga un criterio para elegirlos o determinar cuál combinación produce un mayor beneficio. Finalmente, asignar una mayor cantidad de productos de lo que permite la oferta es posible, al considerar la idea de *degradar* flor. Este proceso consiste en disminuir el grado de una flor para que forme parte de la oferta del grado inferior. Dicho proceso no es deseable porque se considera que una flor con mayor grado es de mejor calidad y por ello solo se debe degradar cuando existe la necesidad.

Hablando de gestión de inventario, los tipos comunes de restricciones de recursos incluyen límites en materias primas, capacidad de máquina, capacidad de mano de obra, inversión en inventario y número total de pedidos realizados. Haksever y Moussourakis [1] mostraron cómo un modelo de entero mixtos decide *cuánto ordenar* y *cuándo ordenar* considerando las limitaciones de capacidad. Adicionalmente, se tiene en cuenta un inventario con varios tipos de productos. En [2], Bretthauer, Shetty, Syam y Vokurka expusieron un modelo bastante general que permite a las organizaciones tener una gran flexibilidad al momento de tomar decisiones, como determinar cantidades de pedidos, tamaños de lotes de producción y número de ciclos de producción. Con esto, se utiliza programación lineal mixta para describir al problema antes mencionado. Además, se plantea resolver mediante un algoritmo exacto del tipo Branch & Cut con el solver comercial Gurobi y realizar un análisis exploratorio de los valores asociados a la importancia de la equidad y fraccionamiento. De modo que se obtenga una configuración fija que permita obtener una solución con la mayor cantidad de cajas asignadas posible y de gran calidad respecto a los criterios de fraccionamiento y equidad.

## Referencias

- [1] Haksever, Cengiz & Moussourakis, John, A model for optimizing multi-product inventory systems with multiple constraints, *International Journal of Production Economics*, Elsevier, Volume 97(1), 2005, pages 18-30.
- [2] Kurt M. Bretthauer, Bala Shetty, Siddhartha Syam, Robert J. Vokurka, Production and inventory management under multiple resource constraints, *Mathematical and Computer Modelling*, Volume 44, Issues 1–2, 2006, Pages 85-95.

# ALGORITMOS DE APROXIMACIÓN PARA UN PROBLEMA MULTI-PERIODICO DE CALENDARIZACIÓN DE MAQUINAS PARALELAS

Jiménez Fernando – Luis Miguel Torres • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador – Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • fernando.jimenez@epn.edu.ec - luis.torres@epn.edu.ec

Proveer de una buena atención a los clientes en los diferentes puntos de servicio constituye un problema común en las instituciones, tanto públicas como privadas. Evidentemente, es importante evitar o minimizar el daño a la imagen institucional que se causa cuando los usuarios deben realizar largas filas o esperar una cantidad considerable de tiempo por sus trámites. Por otra parte, las soluciones al problema deben tomar en consideración también la limitada disponibilidad de recursos humanos y materiales. El problema presentado en esta charla está motivado por un proyecto de cooperación previo con el Servicio de Rentas Internas del Ecuador (SRI), cuyo objetivo es establecer modelos que permitan simular y optimizar los tiempos de atención a los usuarios en las distintas sucursales de la entidad. En cada sucursal, debe decidirse la cantidad óptima de ventanillas a mantener abiertas en cada hora a lo largo del día, para poder atender a los usuarios que arriban a realizar sus trámites, garantizando un tiempo de espera no superior a 20 minutos. Cuando los empleados no están atendiendo ventanillas, se dedican a otras tareas internas asignadas, por lo que es importante minimizar la cantidad de horas-ventanilla requeridas en total en el día. Hemos denominado a este problema como Problema de Asignación de Turnos a Ventanillas (PATV).

El PATV puede ser modelizado como un problema de calendarización de máquinas paralelas, donde cada máquina representa una ventanilla y los usuarios corresponden a las trabajos a ser procesadas. Cada trabajo  $j$  tiene asociado un tiempo de llegada  $r_j$  y una duración de procesamiento  $p_j$  (que representa la duración estimada del trámite). El procesamiento de un trabajo debe iniciar máximo 20 minutos luego de su arribo. Por otra parte, el día laboral está dividido en períodos de una hora, y cada máquina puede estar encendida o apagada en cada uno de estos períodos, para indicar que una ventanilla puede estar abierta o cerrada. Una máquina solamente puede procesar trabajos cuando está encendida. El problema consiste en minimizar la cantidad total de horas-máquina requeridas para procesar todos los trabajos bajo las condiciones señaladas. En la literatura se han estudiado problemas de calendarización de máquinas similares. Si discretizamos el tiempo, podemos asumir que cada trabajo debe ser procesado por alguna máquina en un intervalo de tiempo a seleccionar de entre un conjunto finito de intervalos de la forma  $[s_j + \eta, s_j + p_j + \eta)$ , con  $\eta \in \{0, 1, \dots, 20\}$ . El problema de asignar todos los trabajos al menor número posible máquinas bajo estas condiciones, sin considerar la posibilidad de que las máquinas tengan períodos de actividad o inactividad, se conoce como *problema de selección de intervalos con  $k$  máquinas paralelas* (Job Interval Selection Problem with  $k$  machines, JISP- $k$ ) [2]. En este sentido, el PATV puede considerarse como una versión multi-período del JISP- $k$ , en la que el horizonte de tiempo a considerar está particionado en períodos. Además de asignar todos los trabajos a máquinas,

debe seleccionarse adicionalmente cuántas y cuáles máquinas estarán encendidas en cada período.

Por otra parte, el problema de calendarización de trabajos en máquinas paralelas, con tiempos de llegada y plazos de ejecución (SRDM, Scheduling with Release times and Deadlines on a minimum number of Machines) se lo puede definir de la siguiente forma: Dados  $n$  trabajos, cada uno asociado con un tiempo de llegada ( $r_j$ ), un plazo máximo de ejecución ( $d_j$ ) y una duración ( $p_j$ ); ¿cuál es el menor número de máquinas idénticas que se necesitan para ejecutar todos los trabajos antes de su plazo máximo de ejecución? [1] Si definimos  $d_j = r_j + p_j + 20$  para cada trabajo  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ , el PATV puede considerarse como una versión multi-período del SRDM, en la que el horizonte de tiempo a considerar está particionado en períodos y el objetivo consiste en minimizar la cantidad de máquinas encendidas en cada período.

En este trabajo se analiza un algoritmo de aproximación empleado para resolver el problema JSP [4] y dos algoritmos de aproximación para resolver el problema SRDM [1, 3]. Adaptamos dichos algoritmos a una versión multi-período del problema SRDM y analizamos el factor de aproximabilidad de los algoritmos propuestos.

## Referencias

- [1] M. Cieliebak, T. Erlebach, F. Hennecke, B. Weber, and P. Widmayer. Scheduling with release times and deadlines on a minimum number of machines. In *Exploring new frontiers of theoretical informatics*, pages 209–222. Springer, 2004.
- [2] A. W. Kolen, J. K. Lenstra, C. H. Papadimitriou, and F. C. Spieksma. Interval scheduling: A survey. *Naval Research Logistics (NRL)*, 54(5):530–543, 2007.
- [3] S. A. Kravchenko and F. Werner. Minimizing the number of machines for scheduling jobs with equal processing times. *European Journal of Operational Research*, 199(2):595–600, 2009.
- [4] F. C. Spieksma. On the approximability of an interval scheduling problem. *Journal of Scheduling*, 2(5):215–227, 1999.

## EL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE TURNOS ROTATIVOS: UNA APLICACIÓN

Sandra Gutiérrez – Fernanda Salazar • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador – Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • sandra.gutierrez@epn.edu.ec - fernanda.salazar@epn.edu.ec

Una asignación de turnos a trabajadores optimizada representa enormes beneficios para una organización, pero debe ser implementada de manera cuidadosa en sistemas de soporte a las decisiones y la mayoría de las veces debe ser ajustada a las necesidades intrínsecas de dicha organización. En particular, se ha observado que el problema de



Calendarización Rotativa de la Fuerza de Trabajo, surge en diferentes aplicaciones tanto en el sector privado como en el público y en los cuáles en muchas de las ocasiones la forma de resolverlo es mediante hojas de cálculo, hasta determinar una solución factible o cercana a factible. En este tipo de asignaciones de manera empírica, se tiene muchos inconvenientes puesto que es prácticamente imposible combinar varias restricciones de horario, preferencias, disponibilidad entre otras. También este tipo de soluciones, incluyen mucha discrecionalidad humana al momento de realizar las asignaciones posibles. En esta investigación se propone el desarrollo de un modelo de Programación Lineal entera y Mixta así como sus métodos de solución apropiados, tomando como caso de estudio la naturaleza exigente de la calendarización rotativa de la fuerza de trabajo en una institución pública.

### Referencias

- [1] Balakrishnan, Nagraj and Wong, Richard T. A network model for the rotating workforce scheduling problem. *Networks. Wiley Online Library* Vol. 20, (1990).
- [2] Rocha, M., Oliveira, J. F., and Carravilla, M. A.. Cyclic staff scheduling: optimization models for some real-life problems. *Journal of scheduling*, 16(2), 231-242, (2013).

## PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON UN SOLO PRODUCTO, MÚLTIPLES FUENTES Y DESTINOS, CAPACIDAD DE CARGA LIMITADA

Echeverría Henry –Recalde Diego • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador •  
henry.echeverria01@epn.edu.ec-diego.recalde@epn.edu.ec

El problema de enrutamiento de vehículos (*VRP* por sus siglas en inglés) es muy conocido por las variantes que puedan presentarse en la industria y también por lo complejo que puede resultar obtener una solución óptima o factible. En el presente trabajo se propone formular e implementar un problema de enrutamiento de vehículos con un solo producto, múltiples fuentes y destinos, y capacidad de carga limitada usando Programación Lineal Entera. El modelo que se propone en el trabajo se sujeta a modificaciones dando como resultado tres diferentes modelos adicionales. Estos modelos serán puestos a prueba con diferentes instancias computacionales con el objetivo de evaluar el comportamiento de los modelos. Adicionalmente, se propone una heurística a dos fases. En la primera fase se seleccionan los vehículos y en la segunda fase se los enruta. Ambas fases se las modela con Programación Lineal Entera. En las mismas instancias se pone a prueba la heurística para obtener resultados en menor tiempo y también para realizar

una comparación con los modelos. Asimismo, se usa las soluciones heurísticas como soluciones factibles de inicio para el modelo más compacto con el fin de obtener mejores resultados. Para la implementación de los modelos y de la heurística se usa el API Python de Gurobi. Finalmente, se reportan los resultados de los experimentos computacionales y se proporcionan conclusiones y recomendaciones.

## Referencias

- [1] Henry Echeverría. Instancias computacionales. <https://github.com/PyHenry08090/TrabajoIntregacion-VRP>, 2022
- [2] Gurobi Optimization, LLC. Gurobi Optimizer Reference Manual, 2022
- [3] Asefeh Hasani-Goodarzi and Reza Tavakkoli-Moghaddam. Capacitated vehicle routing problem for multi-product cross-docking with 35 split deliveries and pickups. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 62:1360–1365, 2012. World Conference on Business, Economics and Management (BEM-2012), May 4–6 2012, Antalya, Turkey
- [4] Gilbert Laporte. Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4):408–416, 2009.
- [5] Gilbert Laporte and Frédéric Semet. 5. Classical Heuristics for the Capacitated VRP, pages 109–128. 01 2002
- [6] Yannis Marinakis, Magdalene Marinaki, and Athanasios Migdalas. Variants and Formulations of the Vehicle Routing Problem, pages 91–127. Springer International Publishing, Cham, 2018
- [7] Paweł Sitek and Jarosław Wikarek. Capacitated vehicle routing problem with pickup and alternative delivery (cvrppad): model and implementation using hybrid approach. *Annals of Operations Research*, 273, 02 2019
- [8] Paolo Toth and Daniele Vigo. Vehicle routing: problems, methods, and applications. SIAM, 2014.

## PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE VEHÍCULOS INTEGRANDO LA CALENDARIZACIÓN DE VIAJES

Mauricio Yépez • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • [mauricio.yepezh@epn.edu.ec](mailto:mauricio.yepezh@epn.edu.ec)

El incremento permanente de la población en las ciudades hace que tener un sistema de transporte público de calidad sea fundamental para garantizar la adecuada movilidad de las personas y permitir que sus actividades se desarrollen con normalidad. El diseño y operación eficiente de estos sistemas constituyen retos inmensos para las grandes y medianas ciudades, donde las poblaciones crecen a un ritmo acelerado.

Adicionalmente, este constante incremento de individuos ha causado un deterioro progresivo en la calidad de los servicios de transporte público. A consecuencia de ello, este trabajo se enfoca en explorar en una manera de resolver simultáneamente las fases de calendarización de viajes y asignación de vehículos, TTVS por sus siglas en inglés (TimeTabling y Vehicle Scheduling), ya que estas son las fases de mayor importancia en el transporte público. Se abordan conceptos, tanto generales como específicos, para la formulación del problema de asignación de vehículos, así como su relación con otras fases de la planificación de un sistema de transporte público. De forma específica, se analiza la relación con el problema de calendarización de viajes. Se revisan dos modelos de programación lineal entera obtenidos de la literatura, los cuales se implementaron utilizando el API Python del solver Gurobi, considerando siempre una flota homogénea de vehículos y un sólo depósito. El primer modelo usa un enfoque de problema de flujo para asignar vehículos a rutas de costo mínimo. El segundo modelo trata el problema integrado de calendarización de viajes y asignación de vehículos. Los modelos fueron probados sobre distintas instancias. Se reportan los resultados de los experimentos computacionales, las conclusiones correspondientes y las perspectivas de trabajo futuro.

## Referencias

- [1] Samuela Carosi, Antonio Frangioni, Laura Galli, Leopoldo Girardi, and Giuliano Vallese. A matheuristic for integrated timetabling and vehicle scheduling. *Transportation Research Part B: Methodological*, 127:99–124, 2019.
- [2] Philine Schiewe et al. *Integrated optimization in public transport planning*. Springer, 2020.
- [3] Samuel Raff. Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. *Computers & Operations Research*, 10(2):63–211, 1983.
- [4] Rolf N. van Lieshout and Paul C. Bouman. Vehicle Scheduling Based on a Line Plan. In Ralf Borndörfer and Sabine Storandt, editors, *18th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems (ATMOS 2018)*, volume 65 of *OpenAccess Series in Informatics (OASIS)*, pages 15:1–15:14, Dagstuhl, Germany, 2018. Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik.

## MODELOS DE PROGRAMACIÓN ENTERA PARA UN PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE FLOTA EN QUITO

Ramiro Torres – Fernanda Salazar • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador – Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • ramiro.torres@epn.edu.ec - fernanda.salazar@epn.edu.ec

En tiempos de crecimiento de la población urbana y de mayor conciencia ambiental, la importancia de los sistemas de transporte público eficientes también está aumentando. El transporte público proporciona una forma de desplazarse agrupando flujos de pasajeros con la misma dirección, lo que reduce el tráfico individual y las congestiones resultantes en las horas pico. La planificación del transporte público es uno de los temas más desafiantes abordados en los campos de la optimización combinatoria e investigación de operaciones, debido principalmente al tamaño y complejidad computacional de los problemas que aparecen en esta área. Actualmente, muchas investigaciones se enfocan en mejorar los sistemas de transporte público, tanto desde el punto de vista de los pasajeros como de los operadores, donde la planificación de líneas y frecuencias, diseño de horarios o programación de vehículos son especialmente interesantes.

Así, el presente trabajo se enfoca en una de las fases más importantes en el proceso de planificación operacional de un sistema de transportación pública, el problema de asignación de flota. El problema consiste en asignar una flota heterogénea de vehículos distribuida en distintos depósitos a un conjunto de viajes programados previamente en la fase de planificación estratégica, donde cada viaje sea cubierto exactamente por una sola ruta, cada bus retorne a su depósito de origen al finalizar su día de trabajo y la disponibilidad de la flota no sea excedida. Cada viaje se caracteriza por un depósito origen, un depósito destino, una hora de inicio y una hora de finalización. Diferentes objetivos como la minimización de los costos totales o la minimización de los tiempos de inactividad de la flota pueden ser considerados.

Como resultado de esta investigación, se proponen dos formulaciones diferentes de programación lineal entera para este problema. El primer enfoque se relaciona estrechamente con formulaciones de modelos basados en arcos, en los que se consideran explícitamente todas las posibles conexiones de viaje, lo que lleva a una formulación de flujo multiproducto. El segundo enfoque, se define sobre una red espacio temporal basada en la agregación de posibles arcos de conexión, permitiendo enrutar varios viajes en un solo arco simultáneamente, lo que evita el aumento explosivo del tamaño del modelo por incrementos en el número de viajes programados. Se proporcionan algunas cotas inferiores y desigualdades válidas para las dos formulaciones; además, se reportan resultados computacionales para instancias reales proporcionadas por el Sistema de Transporte Público de Quito.

## **NUTRICIÓN Y RENTA BÁSICA UNIVERSAL: CÁLCULO DEL COSTO MÍNIMO DE UNA CANASTA BÁSICA PARA LA ALIMENTACIÓN NUTRITIVA EN ECUADOR**

Andrea Bonilla – María Fernanda Salazar – Yasmín Salazar • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador

• [andrea.bonilla@epn.edu.ec](mailto:andrea.bonilla@epn.edu.ec) - [fernanda.salazar@epn.edu.ec](mailto:fernanda.salazar@epn.edu.ec)-

[yasmin.salazar@epn.edu.ec](mailto:yasmin.salazar@epn.edu.ec)

La Renta Básica Universal (RBU) apareció en el debate económico y político de diversos países como una alternativa para contener las consecuencias de la crisis múltiple desencadenada por la pandemia de COVID-19 (CEPAL, 2020a) que, por su interacción con problemas sociales, económicos y ambientales preexistentes, se califica de *sindemia* – epidemia sinérgica (Horton, 2020). Entre las problemáticas agravadas con la crisis destaca el incremento significativo de la pobreza. En efecto, por primera vez desde 1999 la cifra mundial de personas que viven en pobreza extrema aumentó: la cantidad de nuevos pobres podría alcanzar valores que oscilan entre los 119 y 124 millones (World Bank, 2021). En Ecuador, según cifras del Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INEC), a junio 2022 (2021), la pobreza por ingresos a nivel nacional se ubicó en 25 % (32.2 %) y la pobreza extrema en 10.7 % (14.7 %) evidenciando un aumento respecto de las cifras pre-pandemia.

Ante estas cifras, urgen alternativas. Entre las propuestas calificadas como “urgentes” y “salvavidas” está la asignación de una RBU (CEPAL, 2020b). El carácter incondicional, suficiente y universal de la RBU aparece como una ventaja frente a otras propuestas de programas de transferencia de renta focalizados; sin embargo, también hay algunos puntos controversiales, por ejemplo, sobre el monto mínimo de una RBU con carácter suficiente. Desde un enfoque teórico, algunos sugieren que el monto de la RBU no sea demasiado alto, por ejemplo, un salario básico, para no alentar la inactividad. Otros sugieren que el monto sea mayor para que los ciudadanos tengan la opción de trabajar o no (Ghatak & Maniquet, 2019). En efecto, una renta demasiado baja no cumple con los objetivos inherentes a una RBU (Pereira, 2017).

Si bien un “monto suficiente” comprende múltiples dimensiones, este trabajo se concentra en una de las consecuencias de la pobreza: la malnutrición, que origina la desnutrición y el sobrepeso (Barazzoni & Gortan Cappellari, 2020). Así, este trabajo estima el costo mínimo, a precios corrientes de 2021 (ajustados por inflación a agosto 2022), de una canasta de productos alimenticios cuyo consumo garantice las necesidades básicas de micro y macronutrientes de un habitante ecuatoriano promedio. Se destaca el enfoque de selección de productos alimenticios: contrariamente a la práctica tradicional de cálculo de costos de canastas básicas basada en hábitos de consumo, este trabajo incluye un criterio nutricional. En efecto, el enfoque de inclusión de productos en la canasta de alimentación nutritiva se basa en las metas nutricionales recomendadas por la OMS consideradas para la elaboración de las *Guías Alimentarias Basadas en Alimentos del Ecuador* (FAO, 2018).

Resultados preliminares de experimentos en curso sobre RBU implementados en países como: Finlandia, Canadá, Alaska, Kenia y Brasil corroboran las implicaciones anteriores. En pandemia, la evidencia de Forget (2011) sobre una mejoría en la salud general poblacional es clave en la discusión del monto de dinero mínimo necesario para que un individuo costee una alimentación nutritiva. Sin embargo, es importante considerar que el poseer el monto de dinero requerido para la alimentación nutritiva no garantiza necesariamente que el individuo consuma alimentos nutritivos. La política pública

requerida debe tener al menos dos aristas: (i) acceso monetario a la canasta básica nutritiva – mediante transferencias de dinero incondicional suficientes para la alimentación nutritiva – y (ii) campañas de educación nutritiva. Este segundo punto sale del alcance de este proyecto, pero, constituye una recomendación complementaria al aporte de este trabajo. Entendiendo los límites del espacio fiscal del gobierno central para el financiamiento de políticas sociales, es necesario calcular un monto mínimo suficiente, es aquí donde entra en escena la Investigación de Operaciones.

En cuanto a la elección óptima del monto mínimo suficiente, el objetivo es seleccionar los alimentos que permitan una alimentación nutricionalmente adecuada y de costo mínimo para un individuo promedio. Este problema ha sido ampliamente estudiado dentro del área de la Investigación de Operaciones y se lo conoce como el problema de la dieta. El problema de la dieta fue uno de los primeros problemas de optimización estudiados en las décadas de 1930 y 1940, fue motivado por el deseo del ejército de los Estados Unidos de minimizar el costo de alimentar a su personal de campo sin dejar de proporcionar una dieta saludable (Dantzig, 1990).

En resumen, tres etapas metodológicas se identifican para la consecución del objetivo: (i) recolección primaria de precios, en dólares corrientes de agosto 2021, de 250 productos alimenticios (10 tomas de precios por producto) y cálculo de precios promedio, (ii) construcción de varias canastas de alimentación nutritiva equivalentes usando los requerimientos nutricionales de referencia establecidos la OMS – a saber, energía (Kcal): 2132,00; proteína (g): 63,98; grasa (g): 71,08; carbohidrato (g): 309,21, hierro (mg): 11,6-27,4; zinc (mg): 8,3-14,00; vitamina A  $\mu\text{g}$  (RE): 400,00-600,00, fibra (g): 25,00-30,00; y selección de una canasta de costo mínimo usando una adaptación del Problema de la Dieta de Stigler (1945); y (iii) construcción de menús nutritivos de costo mínimo con base en los productos seleccionados por el algoritmo de optimización y reporte final de costos ajustados a precios de agosto 2022 al uso del Índice de Precios al Consumidor reportado por el INEC.

Los resultados permiten reportar no solamente canastas de productos alimenticios nutritivos basados en requerimientos nutricionales recomendados por la OMS, sino también de costo mínimo. Además, se reportan menús ejemplo con base en las canastas nutritivas de costo mínimo resultantes.

El aporte central de esta investigación es el uso de una herramienta de Investigación de Operaciones para la estimación del costo mínimo de una alimentación nutritiva en Ecuador tal que exista un criterio técnico que acompañe el debate sobre el monto mínimo que debería tener una RBU o cualquier programa de transferencia de renta y así proponer una política enfocada en combatir la malnutrición.

## Referencias

- [1] Barazzoni, R., & Gortan Cappellari, GZ. Double burden of malnutrition in persons with obesity. *Rev. Endocr. Metab. Disord.* Vol. **21**, (2020) 307–313.

- [2] CEPAL. América Latina y el Caribe ante la pandemia del COVID-19: Efectos económicos y sociales. (2020a).
- [3] CEPAL. El desafío social en tiempos del COVID-19. Informe especial Covid-19. Número 3. (2020b).
- [4] Dantzig, G. B. The Diet Problem. *Interfaces (Providence)* Vol. **20**, (1990) 43–47.
- [5] FAO. Guías Alimentarias Basadas en Alimentos (GABA) del Ecuador. (2018).
- [6] Forget, E. L. The Town with No Poverty: The Health Effects of a Canadian Guaranteed Annual Income Field Experiment. *Can. Public Policy / Anal. Polit* Vol. **37**, (2011) 283–305.
- [7] Ghatak, M. & Maniquet, F. Universal Basic Income: Some Theoretical Aspects. *Annu. Rev. Econom.* Vol. **11**, (2019) 895–928 .
- [8] Horton, R. Offline: COVID-19 is not a pandemic. *Lancet* Vol. **397**, (2020) 875–880.
- [9] Pereira, R. Introduction: Financing Approaches to Basic Income. in *Financing Basic Income. Exploring the Basic Income Guarantee*, (2017).
- [10] Stigler, G. J. The Cost of Subsistence. *J. Farm Econ.* Vol. **27**, (1945) 303–314 .
- [11] World Bank. *Global Economic Prospects, January 2021. Global Economic Prospects*, (2021).

## APLICACIÓN DE CONOS AL ANÁLISIS MULTICRITERIO

Rafael Burbano • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • rafael.burbano@epn.edu.ec

En esta ponencia se explica la aplicación de los conos en  $\mathbb{R}^n$  de vértice en 0, es decir de conos con una base del espacio  $\mathbb{R}^n$  como conjunto generador, para la construcción de modelos de decisión multicriterial. Se proponen 3 estructuras básicas, las preferencias: cónicas, cuasi cónicas ilimitadas y cuasi cónicas limitadas. Se realiza un ejercicio de aplicación para el análisis del desarrollo relativo de 5 países andinos en función de 9 criterios entre económicos, sociales y ambientales. Se considera, además, la ponderación de los criterios, y se discute el concepto de compensación entre criterios en estos modelos, esto es la posibilidad de resarcir desventajas o valoraciones bajas en ciertos con ventajas o valoraciones altas en otros criterios.

## SEMI-LAGRANGIAN RELAXATION FOR THE SIMPLE PLANT LOCATION PROBLEM WITH ORDER

Xavier Cabezas – Sergio García • Escuela Superior Politécnica del Litoral, Ecuador – The University of Edinburgh, Reino Unido • joxacabe@espol.edu.ec – sergio.garcia-quiles@ed.ec.uk

The Simple Plant Location Problem with Order (SPLPO) is a variant of the Simple Plant Location Problem (SPLP), where the customers have preferences over the facilities that will serve them. In particular, customers define their preferences by ranking each of the potential facilities. Even though the SPLP has been widely studied in the literature, the SPLPO has been studied much less and the size of the instances that can be solved is very limited. In this work, we propose an approximation method that uses a Lagrangian relaxation output as a starting point of a semi-Lagrangian relaxation algorithm to find good feasible solutions (often the optimal solution). We also propose a next-stage stochastic formulation for the SPLPO (2S-SPLPO) where the order of preferences is treated as a random vector. We carry out a computational study to illustrate the good performance of our method.

## Referencias

- [1] Cabezas, X., García, S., Martín-Barreiro, C., Delgado, E., Leiva, V. (2021). A Two-Stage Location Problem with Order Solved Using a Lagrangian Algorithm and Stochastic Programming for a Potential Use in COVID-19 Vaccination Based on Sensor-Related Data. *Sensors*, 21, 5352.

## PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA PARA LA PLANIFICACIÓN DE LÍNEAS EN LOS SISTEMAS DE TRANSPORTACIÓN PÚBLICA

Darlyn Ludeña – Luis Miguel Torres • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador •

[darlyn.ludena@epn.edu.ec](mailto:darlyn.ludena@epn.edu.ec) - [luis.torres@epn.edu.ec](mailto:luis.torres@epn.edu.ec)

La planificación de líneas es uno de los problemas de la optimización del transporte público que consiste en encontrar un conjunto de líneas con sus respectivas frecuencias, con el objetivo de cubrir la demanda del transporte garantizando un cierto nivel de servicio y minimizando los costos de operación. Según [1] resolver correctamente un problema de planificación de líneas mejora el escenario para la solución de los siguientes subproblemas de planificación del sistema de transporte: enrutamiento de pasajeros, calendarización de viajes y asignación de vehículos; ya que se tratan de problemas muy dependientes el uno del otro.

En [2] se expone que existen dos objetivos en conflicto cuando se determina un concepto de líneas: por un lado el costo total del sistema debe ser pequeño, y por otro, el concepto de líneas debe beneficiar lo mejor posible a los pasajeros. En consecuencia un modelo en el que se minimicen los costos mientras las restricciones aseguren un mínimo nivel de calidad para los pasajeros se denominará modelo orientado a los costos; análogamente, si el objetivo es maximizar la calidad del servicio (los costos pueden incluirse en las restricciones) entonces lo denominaremos modelos orientados al pasajero.

En el presente proyecto de integración curricular nos centramos en dos modelos de programación entera: un modelo de planificación de líneas básico con un enfoque orientado



a la minimización de los costos operativos y un modelo integrado en el que se resuelve el problema de planificación de líneas junto con el enrutamiento de los pasajeros.

El primer modelo lo podemos encontrar reportado en [3] y tiene una formulación simple, que puede ser considerada la formulación clásica del problema de planificación de líneas. El modelo emplea variables binarias para asignar una frecuencia a cada una de las líneas, de tal forma que se minimicen los costos operativos y que las frecuencias acumuladas de las líneas que pasan por cada arco se encuentren dentro de los límites de frecuencia mínima y máxima que son establecidos.

El segundo modelo se encuentra reportado en [4] y en [5] como Modelo de Planificación de Líneas con Minimización de Transbordos y Frecuencias (*sus siglas en inglés LPMTF*). Selecciona un conjunto de líneas con sus respectivas frecuencias y determina rutas para los usuarios desde cada uno de sus orígenes a sus destinos, de tal forma que la demanda agregada de transporte de pasajeros sobre cada arco de la red sea satisfecha por la frecuencia acumulada de las líneas que circulan sobre dicho arco; además de que los costos de operación de las líneas seleccionadas no superen el límite presupuestario disponible. La función objetivo a minimizar mide la suma de las inconveniencias de las rutas de todos los pasajeros.

Ambos modelos fueron implementados computacionalmente usando el API Python del solver Gurobi [6] y probados sobre cinco instancias, de las cuales tres fueron extraídas de la página de GitHub del proyecto OpenLinTim [7], mientras que las otras dos son instancias de creación propia. En el trabajo de integración curricular se obtuvieron los respectivos resultados y conclusiones.

## Referencias

- [1] Philine Schiewe et al. *Integrated optimization in public transport planning*. Springer, 2020.
- [2] Schöbel A. *Line planning in public transportation: models and methods*. OR spectrum, 34(3):491–510, 2012.
- [3] Borndörfer R., Hoppmann H., and Karbstein M. *A configuration model for the line planning problem*. In ATMOS-13th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems-2013, volume 33, pages 68–79. Schloss Dagstuhl—Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2013.
- [4] Schöbel A. and Scholl S. *Line planning with minimal traveling time*. In 5th Workshop on Algorithmic Methods and Models for Optimization of Railways (ATMOS'05). Schloss Dagstuhl-Leibniz- Zentrum für Informatik, 2006.
- [5] Scholl S. *Customer-oriented line planning*. Dissertation. de, 2006.
- [6] Gurobi Optimization, LLC. Gurobi Optimizer Reference Manual, 2022.
- [7] Schiewe A. Gitlab repository-Openlintim datasets. <https://gitlab.rlp.net/lintim/OpenLinTim/-/tree/master/datasets>. (Accedido el 07/07/2022).

## **PARTICIONAMIENTO BALANCEADO DE HIPERGRAFOS**

Guillermo Landazurí – Diego Recalde – Ramiro Torres– Polo Vaca • Escuela Politécnica Nacional,  
Ecuador • guillermo.landazuri@epn.edu.ec - diego.recalde@epn.edu.ec  
-ramiro.torres@epn.edu.ec- polo.vaca@epn.edu.ec

Los hipergrafos son la generalización de los grafos en donde, a diferencia de las aristas, cada hiperarista puede unir dos o más vértices. El particionamiento de hipergrafos es un problema con la aplicación en áreas como diseño de circuitos integrados, clasificación de datos, computación científica (acelerar operaciones matriciales a gran escala). En este problema de particionamiento de hipergrafos el objetivo es encontrar una partición del conjunto de vértices en dos o más subconjuntos con la condición que cada uno esté formado por igual número de vértices y que el peso total de las hiperaristas que cubren cada uno de estos subconjuntos sea mínimo. Se presenta la formulación del problema de particionamiento como un programa lineal entero, así como los resultados de pruebas computacionales de varios métodos de solución para diferentes instancias simuladas de hipergrafos.

# CURSOS TUTORIALES

## LAS DEFINICIONES: UNO DE LOS MAYORES PROBLEMAS EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA (DEFINIR O NO DEFINIR, ESA ES LA CUESTIÓN)

Juan Carlos Trujillo • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • juancarlos.trujillo@epn.edu.ec

En este curso tutorial, dirigido a profesores de matemática de Bachillerato principalmente, se abordará la estructura de una definición matemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje, y la importancia de que, tanto el docente como el estudiante, la asimilen correctamente.

Se ilustrará la estructura de una definición en los conceptos fundamentales que todo estudiante de matemática debe aprender al finalizar sus estudios de Bachillerato, Nivelación y primeros años de la Universidad.

Se enfatizará en el hecho de que, quizá, varias de las dificultades de aprendizaje de Matemática (no solo en el Bachillerato sino también en los cursos de Nivelación y de los primeros años de Universidad) se deben a la poca o nula atención a las definiciones que se dan en estos niveles de educación.

## SISTEMAS DE FINANCIAMIENTO PARA EL SEGURO DE PENSIONES ECUATORIANO.

Diego Huaraca • Escuela Politécnica Nacional, Ecuador • diego.huaracas@epn.edu.ec

Los Sistemas de Pensiones son parte importante de la Seguridad Social y tienen como objetivo dar protección a sus afiliados y garantizar unas prestaciones económicas mínimas a sus jubilados. Estos sistemas en los últimos años se han ubicado en el centro del debate público debido a los elevados compromisos de gasto que generan al Estado y por los cambios en su estructura demográfica causados principalmente por el incremento en la esperanza de vida de la población y la baja tasa de natalidad, a lo cual se suman las altas tasas de desempleo y el incremento de la economía informal.

Los modelos de financiamiento actuarial surgen para dar respuesta a la necesidad de saber cómo financiar y cómo valorar las prestaciones que ofrece un Sistema de Pensiones, el uso de modelos matemáticos de naturaleza estocástica permite establecer la equivalencia entre las aportaciones a realizarse y las prestaciones que se prevé van a conceder a la población asegurada.

El curso de modelos de financiamiento actuarial busca evaluar una serie de efectos sobre las tasas de cotización y las pensiones medias del sistema que genera la aplicación de varios principios y medidas propuestas para evitar el déficit actuarial.

**CÁLCULO FRACCIONARIO EN ANÁLISIS COMPLEJO CON  
APLICACIONES A CONTROL FRACCIONARIO, UN ENFOQUE  
COMPUTACIONAL.**

Nicola Di Teodoro y colegas • Universidad San Francisco de Quito, Ecuador •  
nditeodoro@usfq.edu.ec

En este minicurso discutiremos un conjunto de funciones elementales (polinomios, exponenciales y trigonométricas) asociadas al operador de Cauchy-Riemann fraccionario en diversos sentidos. Inicialmente partiremos de la construcción en  $\mathbb{R}$  estudiando sus propiedades algunos usos en teoría de operadores, para luego extender sobre los complejos. Veremos cómo implementar códigos numéricos y computacionales para estudiar comportamientos de estas funciones. Finalmente mostraremos aplicaciones en teoría de control fraccionario.

- J. Ceballos, N. Coloma, A. Di Teodoro, D. Ochoa- Tocachi and F. Ponce Fractional Multicomplex Polynomials. *Complex Analysis and Operator Theory* volume 16, Article number: 60 2022 - N. Coloma, A. Di Teodoro, D. Ochoa-Tocachi and F. Ponce Fractional Elementary Bicomplex Functions in the Riemann–Liouville Sense. *Advances in Applied Clifford Algebras* volume 31, Article number: 63 2021.

## Lista de expositores - Trabajos de investigación

Paula Castro  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
paula.castro@epn.edu.ec

Diego Vargas  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
diego.vargas@epn.edu.ec

Luis Fernandez  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
luis.fernandez@epn.edu.ec

Israel Pineda  
*Universidad San Francisco de Quito*  
ECUADOR  
ipineda@usfq.edu.ec

Mikhail Solodov  
*IMPA*  
BRASIL  
solodov@impa.br

Sofía López  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
sofia.lopezo@epn.edu.ec

Marco Estrada  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
ECUADOR  
marvestr@espol.edu.ec

Felipe Guerra  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
edison.guerra@epn.edu.ec

Daniel Arias  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
ariasdaniel1596@hotmail.com

David Llerena  
*Université d'Évry*  
FRANCIA  
david.llerena@univ-evry.fr

Juan Mayorga  
*Yachay Tech University*  
ECUADOR  
jmayorga@yachaytech.edu.ec

Marco Calahorrano  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
marco.calahorrano@epn.edu.ec

Maribel Pérez  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
maribel.perez@utm.edu.ec

Miguel Yangari  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
miguel.yangari@epn.edu.ec

Bruno Poggi  
*Universidad Autónoma de Barcelona*  
ESPAÑA  
poggi@mat.uab.cat

Ebner Pineda  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
ECUADOR  
epineda@espol.edu.ec

Jeremy Loachamín  
*Université Paris-Saclay*  
FRANCIA  
jeremy.loachamin@ens.uvsq.fr

Alex Imba  
*Universidad Técnica Federico Santa María*  
CHILE  
alex.imba@usm.cl

Daniel Narváez  
*Universidad Central del Ecuador*  
ECUADOR  
danarvaez@uce.edu.ec

Fernando Cortez  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
manuel.cortez@epn.edu.ec

Francisco Vielma  
*Universidad Tecnológica Metropolitana*  
CHILE  
fvielma@utem.cl

José Guerrero  
*ISFODOSU*  
REPÚBLICA DOMINICANA  
jose.guerrero@isfododsu.edu.do

Mireya Bracamonte  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
ECUADOR  
mrbracam@espol.edu.ec

Ricardo Córdoba  
*Universidad del Cauca*  
COLOMBIA  
ricardocordoba@unicauca.edu.co

Cristhian Cobos  
*Universidad Central del Ecuador*  
ECUADOR  
cncobos@uce.edu.ec

Daniel Bustos  
*Universidad Nacional abierta y a Distancia*  
COLOMBIA  
daniel.bustos@unad.edu.co

Danny Tambaco  
*Universidad Central del Ecuador*  
ECUADOR  
dptambaco@uce.edu.ec

Edwin Cruz  
*Universidad Central del Ecuador*  
ECUADOR  
efcruz@uce.edu.ec

Juan Rodríguez  
*Pontificia Universidad Javeriana*  
COLOMBIA  
js.rodriguez@javeriana.edu.co

Orlin Rivas  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
orly1868@hotmail.com

Santiago Achig  
*Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro*  
BRAZIL  
esantiag@impa.br

Saúl Quispe  
*Departamento de Matemática y Estadística*  
*Universidad de La Frontera*  
CHILE  
saul.quispe@ufrontera.cl

Yasmina Atarihuana  
*Universidad Central del Ecuador*  
ECUADOR  
yfatarihuana@uce.edu.ec

Yerika Marín Montilla  
*Departamento de Matemática y Estadística*  
*Universidad de La Frontera*  
CHILE  
yerika.marin@ufrontera.cl

Viviana Gubitosi  
*Universidad de la República*  
URUGUAY  
gubitosi@fing.edu.uy

Rafael Parra  
*Universidad de la República*  
URUGUAY  
rparra@fing.edu.uy

Pablo Rosero  
*Universidad Yachay Tech*  
ECUADOR  
prosero@yachaytech.edu.ec

Paúl Risco  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
paul.risco@yahoo.com

Claudio Qureshi  
*Universidad de la República*  
URUGUAY  
cqureshi@fing.edu.uy

Luz Marchan  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
ECUADOR  
lmarchan@espol.edu.ec

Javier Cóppola  
*Universidad de la República*  
URUGUAY  
jcopppola@fing.edu.uy

David Pazmiño  
*Université du Québec à Montréal*  
CANADÁ  
matematicoloco@hotmail.com

Nerio Borges  
*Universidad Yachay Tech*  
ECUADOR  
nborges@yachaytech.edu.ec

Edwin Pin  
*Universidad de Buenos Aires*  
ARGENTINA  
epin@dc.uba.ar

Franklin Camacho

*Universidad Yachay Tech*  
ECUADOR  
fcamacho@yachaytech.edu.ec

Juan Triana  
*Universitaria Agustiniiana*  
COLOMBIA  
juang.triana@uniagustiniana.edu.co

Carlos Ajila  
*Universidad de Talca*  
CHILE  
carlos.ajila@utalca.cl

Jordy Cevallos  
*Arizona State University*  
USA  
jcevall1@asu.edu

Carlos Mayorga  
*Universidad de Alicante*  
ESPAÑA  
cjmayorga@hotmail.com

Liliana Pérez  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
ECUADOR  
lilireperez@gmail.com

Jhonnatan Riveros  
*Fundación Universitaria Los Libertadores*  
COLOMBIA  
jriverosh@ulibertadores.edu.co

Paulo Guzmán  
*Universidad Nacional del Nordeste*  
ARGENTINA  
paulo.guzman@comunidad.unne.edu.ar

Juan Nápoles  
*Universidad Nacional del Nordeste*  
ARGENTINA  
jnapoles@exa.unne.edu.ar

Deysi Guanga  
*Universidad Estatal de Bolívar*  
ECUADOR  
dguanga@ueb.edu.ec

Miguel Miele  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
mmiele2948@utm.edu.ec

Luis Ruiz  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR

luis.ruiz@utm.edu.ec

J. Aponte  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
ECUADOR  
japonte@espol.edu.ec

Emilio Conforme  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
econforme1113@utm.edu.ec

Carmen Cedeño  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
ccedeno1321@utm.edu.ec

Damián Cedeño  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
damian.cedeno@utm.edu.ec

Esteban Morillo  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
esteban.morillo@epn.edu.ec

Eusebio Ariza  
*Universidad Yachay Tech*  
ECUADOR  
eariza@yachaytech.edu.ec

Wilmer Barrera  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
wilmer.barrera@utm.edu.ec

Franklin Vargas  
*Universidad Técnica de Manabí*  
ECUADOR  
franklin.vargas@utm.edu.ec

Adrián Infante  
*Universidad Internacional de Valencia*  
ESPAÑA  
ainfanteanalisis@gmail.com

Carlos Vélez  
*Instituto de Posgrado UTM*  
ECUADOR  
cevelezc@utm.edu.ec

Benjamín de Zayas  
*Técnica de Manabí, Portoviejo*  
ECUADOR  
benjamin.dezayas@utm.edu.ec

Jesús Romero  
*Universidad de Oriente*  
 ECUADOR  
 romeroljesusr@gmail.com

María G. Mendoza  
*Instituto de Posgrado UTM*  
 ECUADOR  
 mmendoza8070@utm.edu.ec

Ricardo Cedeño  
*Instituto de Posgrado UTM*  
 ECUADOR  
 rcedeno6595@utm.edu.ec

Carmen Vanegas  
*Universidad Técnica de Manabí*  
 ECUADOR  
 carmen.vanegas@utm.edu.ec

Newman Zambrano  
*ISFODOSU*  
 REPÚBLICA DOMINICANA  
 newman.zambrano@isfodosu.edu.do

Öscary Ávila  
*Universidad Autónoma de Bucaramanga*  
 COLOMBIA  
 oavila179@unab.edu.co

Anabelle Chacón  
*Universidad San Francisco de Quito*  
 ECUADOR  
 archaconc@usfq.edu.ec

Mireya Bracamonte  
*FCNM ESPOL*  
 ECUADOR  
 mrbracam@espol.edu.ec

Ramón Abancin  
*Escuela Superior Politécnica de Chimborazo*  
 ECUADOR  
 ramon.abancin@esPOCH.edu.ec

Gabriela Jácome  
*Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE*  
 ECUADOR  
 gabriela.jacome@espe.edu.ec

Diego Rodríguez  
*Universidad Central del Ecuador*  
 ECUADOR  
 diegof.rodriguez.ch@gmail.com

Antonio Di Teodoro  
*Universidad San Francisco de Quito*

ECUADOR  
 nditeodoro@usfq.edu.ec

Adriana Uquillas  
*Escuela Politécnica Nacional*  
 ECUADOR  
 adriana.uquillas@epn.edu.ec

Daniel Castro  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
 ECUADOR  
 docastro@espol.edu.ec

Diana Cruz  
*Pontificia Universidad Católica del Ecuador*  
 ECUADOR  
 dcruz256@puce.edu.ec

Holger Cevallos  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
 ECUADOR  
 holgceva@espol.edu.ec

Mauricio Abril-Donoso  
*Instituto de Altos Estudios Nacionales IAEN*  
 ECUADOR  
 mauricioabrilonos@gmail.com

Johny Pambabay  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
 ECUADOR  
 jpambaba@espol.edu.ec

Victor Morales  
*Universidad San Francisco de Quito*  
 ECUADOR  
 victor.morales@uv.cl

Mateo Martínez  
*Universidad San Francisco de Quito*  
 ECUADOR  
 mmartinez@estud.usfq.edu.ec

José Ocampo  
*Universidad San Francisco de Quito*  
 ECUADOR  
 jocampo@estud.usfq.edu.ec

Ariana Soria  
*Universidad San Francisco de Quito*  
 ECUADOR  
 aesoria1@estud.usfq.edu.ec

Andrés Miniguano  
*Maxwell Institute for Mathematical sciences*  
 REINO UNIDO  
 Andres.Miniguano-Trujillo@ed.ac.uk



Viteri Estéfano  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
estefano.viteri@epn.edu.ec

Fernando Jiménez  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
fernando.jimenez@epn.edu.ec

Sandra Gutiérrez  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
sandra.gutierrez@epn.edu.ec

Henry Echeverría  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
henry.echeverria01@epn.edu.ec

Mauricio Yépez  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
mauricio.yepez@epn.edu.ec

Ramiro Torres  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
ramiro.torres@epn.edu.ec

Andrea Bonilla  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
andrea.bonilla@epn.edu.ec

Rafael Burbano  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
rafael.burbano@epn.edu.ec

Xavier Cabezas  
*Escuela Superior Politécnica del Litoral*  
ECUADOR  
joxacabe@espol.edu.ec

Darlyn Ludeña  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
darlyn.ludena@epn.edu.ec

Guillermo Landazurí  
*Escuela Politécnica Nacional*  
ECUADOR  
guillermo.landazuri@epn.edu.ec

## Lista de expositores - Conferencias

Claudia Sagastizábal  
*UNICAMP* -  
BRASIL  
sagastiz@unicamp.br

Juan Miranda  
*Universidad Torcuato Di Tella*  
ARGENTINA  
jmiranda@utdt.edu

Jorge Mateu  
*Universidad Jaume I en Castellón*  
ESPAÑA  
mateu@uji.es

Raphaël Danchin  
*UNIVERSIDAD PARIS-EST CRÉTEIL*  
FRANCIA  
danchin@u-pec.fr

## Lista de expositores - Cursos

Juan Carlos Trujillo

*Escuela Politécnica Nacional*

ECUADOR

juancarlos.trujillo@epn.edu.ec

Diego Huaraca

*Escuela Politécnica Nacional*

ECUADOR

diego.huaracas@epn.edu.ec

Nicola Di Teodoro

*Universidad San Francisco de Quito*

ECUADOR

nditeodoro@usfq.edu.ec

